

数学 2 B

第 6 問

互除法 (ユークリッドの互除法) によって自然数 x, y の最大公約数を求めるため、次の (プログラム) を作成した。

(プログラム)

```

100 INPUT PROMPT "x=": X
110 INPUT PROMPT "y=": Y
120 IF X<Y THEN
  (ア)
160 END IF
170 IF Y=0 THEN
180   PRINT (イ)
190   GOTO (ウ)
200 END IF
210 LET R=X
220 LET R=R-Y
230 IF R>=Y THEN GOTO 220
240 LET X=Y
250 LET Y=R
260 GOTO (エ)
270 END
  
```

ただし、(ア) は 3 行からなり、変数 X と変数 Y の値を交換する処理を表す。

(1) (プログラム) の (ア) に入る 3 行に当てはまるものを、次の 0 ~ 5 のうちから一つ選べ。

- | | | | | | |
|----|---|-------------|----|---|-------------|
| 0. | { | 130 LET X=Y | 1. | { | 130 LET X=Y |
| | | 140 LET Y=Z | | | 140 LET Z=X |
| | | 150 LET Z=X | | | 150 LET Y=Z |
| | | | | | |
| 2. | { | 130 LET Y=Z | 3. | { | 130 LET Y=Z |
| | | 140 LET Z=X | | | 140 LET X=Y |
| | | 150 LET X=Y | | | 150 LET Z=X |
| | | | | | |
| 4. | { | 130 LET Z=X | 5. | { | 130 LET Z=X |
| | | 140 LET X=Y | | | 140 LET Y=Z |
| | | 150 LET Y=Z | | | 150 LET X=Y |

(2) (イ) に当てはまるものを、次の 0 ~ 5 のうちから一つ選べ。

0. X 1. Y 2. R 3. X*Y 4. X*R 5. Y*R

(3) (ウ) (エ) に当てはまる行番号を、次の 0 ~ 5 のうちから一つずつ選べ。

0. 100 1. 170 2. 210 3. 230 4. 260 5. 270

(4) (プログラム) を実行して、変数 X に 98、また変数 Y に 54 を入力したとき、170 行は (オ) 回、220 行は (カキ) 回実行される。

(5) (プログラム) 中の次の 3 行

```
210 LET R=X
220 LET R=R-Y
230 IF R>=Y THEN GOTO 220
```

で行う処理は、(ク) で置き換えることができる。(ク) に当てはまるものを、次の 0 ~ 5 のうちから一つ選べ。ただし $\text{INT}(X)$ は X を超えない最大の整数を表す関数である。

```
0. LET R=X-INT(X/Y)*X   1. LET R=X-INT(Y/X)*X
2. LET R=X-INT(X/Y)*Y   3. LET R=Y-INT(Y/X)*Y
4. LET R=Y-INT(X/Y)*Y   5. LET R=Y-INT(Y/X)*X
```

(プログラム) を変更して、 x と y の最大公約数の代わりに x と y の最小公倍数を求めるようにしたい。

自然数 x と y の最小公倍数と最大公約数について、(ケ) このことを用いると、新たに

```
LET T=(コ)
```

という行を (プログラム) の (サ) の部分に挿入し、さらに (イ) を (シ) に変更することで、との最小公倍数を求めることができる。

(6) (ケ) に当てはまるものを、次の 0 ~ 4 のうちから一つ選べ。

- 0. 最小公倍数が最大公約数よりも大きくなるのは、の場合だけである。
- 1. 最小公倍数が最大公約数の和は、との和に等しい。
- 2. 最小公倍数が最大公約数の差は、との差に等しい。
- 3. 最小公倍数が最大公約数の積は、との積に等しい。
- 4. 最小公倍数を最大公約数で割った商は、をで割った商に等しい。

(7) (コ) に当てはまるものを、次の 0 ~ 5 のうちから一つ選べ。

```
0. X>Y   1. X<Y   2. X+Y   3. X-Y   4. X*Y   5. X/Y
```

(8) (サ) に当てはまるものを、次の 0 ~ 5 のうちから一つ選べ。

```
0. 100 行の前           1. 100 行と 110 行の間
2. 160 行と 170 行の間 3. 200 行と 210 行の間
4. 250 行と 260 行の間 4. 260 行と 270 行の間
```

(9) (シ) に当てはまるものを、次の 0 ~ 5 のうちから一つ選べ。

```
0. T/X   1. T/Y   2. X/T   3. T   4. X*T   5. Y*T
```

(ア)は変数 X と変数 Y の値を交換する処理を表す。交換の方法としては次の方法がある。

1. 新しい変数 (ここでは Z) に変数 X を代入する。
2. 変数 X に変数 Y を代入する。
3. 変数 Y に変数 Z を代入する。

以上の処理を行っているプログラムを作ると

```
LET Z=X
LET X=Y
LET Y=Z
```

これは問題の選択肢の中では 4 . にあたる。

$Y=0$ ということは変数 X が自然数 x, y の最大公約数になっていることを表している。これを出力してプログラムを終わらせる。そのためにはプログラムの 180, 190 行は

```
180 PRINT X
190 GOTO 270
```

となる。また 210 行から 250 行は、変数 X に Y を、変数 Y に X を Y で割った余りを入力する操作を行っている。このあと、Y が 0 か判定する必要がある。このため 260 行は

```
260 GOTO 170
```

としなければならない。

変数 X に 98、また変数 Y に 54 を入力したとき

- 170 行が 1 回、220 行が 1 回実行され $X=54, Y=44$ となる。
- 170 行が 1 回、220 行が 1 回実行され $X=44, Y=10$ となる。
- 170 行が 1 回、220 行が 4 回実行され $X=10, Y=4$ となる。
- 170 行が 1 回、220 行が 2 回実行され $X=4, Y=2$ となる。
- 170 行が 1 回、220 行が 2 回実行され $X=2, Y=0$ となる。
- 170 行が 1 回実行され 2 を出力しプログラムが終わる。

以上から 170 行が 6 回、220 行が 10 回実行される。

(プログラム) 中の 3 行

```
210 LET R=X
220 LET R=R-Y
230 IF R>=Y THEN GOTO 220
```

は変数 R に X を Y で割った余りを入力する。この値は $X - \text{INT}(X/Y) * Y$ に相当する。

自然数 x と y の最大公約数を d とおき $x = x'd, y = y'd$ と表すと、 x と y の最小公倍数は $x'y'd$ となる。つまり、最大公約数と最小公倍数の積は $d \times (x'y'd) = (x'd) \times (y'd) = xy$ とな

る。

つまり前もって x と y の積を計算し、最大公約数を求めた後、積を最大公約数で割った値を出力すれば最小公倍数が求まる。このため

```
LET T = X*Y
```

という行を (プログラム) に入れ、180 行を

```
PRINT T/X
```

に変える必要がある。まず X, Y への入力が必要なので `LET T = X*Y` は 110 行より後に入れなければならない。また $Y = 0$ の場合は、最大公約数がすぐ求まるので、170 行より前に入れる必要がある。よって `LET T = X*Y` は 160 行と 170 行の間に入れる。