

数学 1 A

第 1 問

(1) 整式  $A = 6x^2 + 5xy + y^2 + 2x - y - 20$  を因数分解すると

$$A = ((ア)x + y + (イ))((ウ)x + y - (エ))$$

となる。

$x = -1, y = \frac{2}{3 - \sqrt{7}}$  のときの  $A$  の値は (オカキ) である。

---

$A = 6x^2 + 5xy + y^2 + 2x - y - 20$  を  $y$  についてまとめると

$$\begin{aligned} 6x^2 + 5xy + y^2 + 2x - y - 20 &= y^2 + (5x - 1)y + 6x^2 + 2x - 20 \\ &= y^2 + ((3x - 5) + (2x + 4))y + 2(3x - 5)(x + 2) \\ &= (y + 3x - 5)(y + 2x + 4) \end{aligned}$$

これより

$$A = (2x + y + 4)(3x + y - 5)$$

$y = \frac{2}{3 - \sqrt{7}} = 3 + \sqrt{7}$  となるため  $A$  に  $x, y$  のそれぞれの値を入れると

$$\begin{aligned} &((3 + \sqrt{7}) + 3 \times (-1) - 5)((3 + \sqrt{7}) + 2 \times (-1) + 4) \\ &= (-5 + \sqrt{7})(5 + \sqrt{7}) \\ &= \sqrt{7}^2 - 5^2 \\ &= -18 \end{aligned}$$

(2) 実数  $a$  に関する条件  $p, q, r$  を次のように定める。

$$p: a^2 \geq 2a + 8$$

$$q: a \leq -2 \text{ または } a \geq 4$$

$$r: a \geq 5$$

(1) 次の (ク) に当てはまるものを下の 0 . ~ 3 . のうちから一つ選べ。

$q$  は  $p$  であるための (ク)

- 0 . 必要十分条件である
- 1 . 必要条件であるが、十分条件でない。
- 2 . 十分条件であるが、必要条件でない。
- 3 . 必要条件でも十分条件でもない。

(2) 条件  $q$  の否定を  $\bar{q}$ 、条件  $r$  の否定を  $\bar{r}$  で表す。次の (ケ)(コ) に当てはまるものを下の 0 . ~ 3 . のうちから一つ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

命題「 $p$  ならば (ケ)」は真である。

命題「(コ) ならば  $p$ 」は真である。

- 0 .  $q$  かつ  $\bar{r}$
- 1 .  $q$  または  $\bar{r}$
- 2 .  $\bar{q}$  かつ  $\bar{r}$
- 3 .  $\bar{q}$  または  $\bar{r}$

---

$$\begin{aligned} a^2 \geq 2a + 8 &\Leftrightarrow a^2 - 2a - 8 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (a - 4)(a + 2) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow a \leq -2, 4 \leq a \end{aligned}$$

これは条件  $q$  と同じであるため、 $q$  は  $p$  であるための必要十分条件、つまり 0 . にあたる。

条件  $\bar{q}$  は  $-2 < a < 4$

条件  $\bar{r}$  は  $a < 5$

これより選択肢の 4 つの条件が成り立つ範囲は

$q$  かつ  $\bar{r}$  は「 $a \leq -2$  または  $4 \leq a < 5$ 」

$q$  または  $\bar{r}$  は「 $a$  は実数」

$\bar{q}$  かつ  $\bar{r}$  は「 $-2 < a < 4$ 」

$\bar{q}$  または  $\bar{r}$  は「 $a < 5$ 」

この 4 つの範囲の中で条件  $p: a \leq -2, 4 \leq a$  の範囲が含まれるものは「 $a$  は実数」のみ。よって命題「 $p$  ならば ( $q$  または  $\bar{r}$ ) (選択肢 1 .)」が真である。

また条件の範囲  $a \leq -2, 4 \leq a$  が含むものは「 $a \leq -2$  または  $4 \leq a < 5$ 」のみ。よって命題「( $q$  かつ  $\bar{r}$ ) (選択肢 0 .) ならば  $p$ 」が真である。

