

2012 年度センター試験 数学 1A

第 1 問

[1]

(1) 不等式 $|2x + 1| \leq 3$ の解は $\boxed{\text{アイ}} \leq x \leq \boxed{\text{ウ}}$ である。

以下 a を自然数とする。

(2) 不等式

$$|2x + 1| \leq a \quad \cdots \cdots \cdots \text{①}$$

の解は $\frac{-\boxed{\text{エ}}-a}{\boxed{\text{オ}}} \leq x \leq \frac{-\boxed{\text{エ}}+a}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(3) 不等式 ① を満たす整数 x の個数を N とする。 $a = 3$ のとき、 $N = \boxed{\text{カ}}$ である。また、 a が $4, 5, 6, \dots$ と増加するとき、 N が初めて $\boxed{\text{カ}}$ より大きくなるのは $a = \boxed{\text{キ}}$ のときである。

$$(1) \quad |2x + 1| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq 2x + 1 \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq x \leq 1$$

以下、 a を自然数とする。

$$(2) \quad |2x + 1| \leq a \Rightarrow -a \leq 2x + 1 \leq a$$

$$\Rightarrow \frac{-1-a}{2} \leq x \leq \frac{-1+a}{2}$$

(3) $a = 3$ のとき、不等式 ① の解は $-2 \leq x \leq 1$ であるため、① を満たす整数は

$$x = -2, -1, 0, 1$$

となり、 $N = 4$

$a = 4$ のとき、不等式 ① の解は $-5/2 \leq x \leq 3/2$ であるため、① を満たす整数は $a = 3$ のときと同じものである。つまり、 $N = 4$.

$a = 5$ のとき、不等式 ① の解は $-3 \leq x \leq 2$ であるため、① を満たす整数は

$$x = -3, -2, -1, 0, 1, 2$$

となり、 $N = 6$. 以上から N が初めて 4 より大きくなるのは $a = 5$ のときである。

[2] k を定数とする、自然数 m, n に関する条件 p, q, r を次のように定める。

$$p : m > k \text{ または } n > k$$

$$q : mn > k^2$$

$$r : mn > k$$

(1) 次の $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを、下の ①～③ のうちから一つ選べ。
 p の否定 $\bar{p}$ は $\boxed{\text{ク}}$ である。

① $m > k$ または $n > k$

① $m > k$ かつ $n > k$

② $m \leq k$ かつ $n \leq k$

③ $m \leq k$ または $n \leq k$

(2) 次の $\boxed{\text{ク}} \sim \boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを、下の ①～③ のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) $k = 1$ とする。
 p は q であるための $\boxed{\text{ケ}}$ 。

(ii) $k = 2$ とする。
 p は r であるための $\boxed{\text{コ}}$ 。
 p は q であるための $\boxed{\text{サ}}$ 。

- ④ 必要十分条件である
- ① 必要条件であるが、十分条件でない
- ② 十分条件であるが、必要条件でない
- ③ 必要条件でも十分条件でもない。

- (1) 一般に条件「 p_1 または p_2 」の否定は「 $\overline{p_1}$ かつ $\overline{p_2}$ 」である。「 $m > k$ ($n > k$)」の否定は「 $m \leq k$ ($n \leq k$)」であるため、 p : 「 $m > k$ または $n > k$ 」の否定は ② 「 $m \leq k$ かつ $n \leq k$ 」である。
- (2) $k = 1$ とする。

$$p : m > 1 \text{ または } n > 1$$

$$q : mn > 1$$

m, n は自然数であるため、 $m, n \geq 1$ よって

$$m > 1 \text{ または } n > 1 \Rightarrow mn \geq m \times 1 > 1$$

つまり、 p は q であるための十分条件である。
一方、

$$\bar{p} : m \leq 1 \text{ かつ } n \leq 1$$

$$\bar{q} : mn \leq 1$$

であるため

$$m \leq 1 \text{ かつ } n \leq 1 \Rightarrow m = n = 1 \Rightarrow mn = 1 \leq 1$$

よって $\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$ が成り立つ。対偶をとると $q \Rightarrow p$ となるため、 p は q であるための必要条件である。

以上から p は q であるための ① 必要十分条件であることが分かる。

$k = 2$ とする。

$$p : m > 2 \text{ または } n > 2$$

$$q : mn > 4$$

$$r : mn > 2$$

条件 p, r について

$$m > 2 \text{ または } n > 2 \Rightarrow mn \geq m \times 1 > 2$$

が成り立つため、 p は r であるための十分条件である。

一方、 $m = n = 2$ であるとき、 $mn = 4 > 2$ より r の条件は満たすが、 p の条件は満たさない。 $r \Rightarrow p$ は成立しないため、 r は p であるための必要条件ではない。

以上から p は r であるための ② 十分条件であるが、必要条件ではないことが分かる。

また、条件 p, q について $m = 3, n = 1$ であるとき、 p の条件は満たすが、 $mn = 3 < 4$ より q の条件は満たさない。 $p \Rightarrow q$ は成立しないため、 p は q であるための十分条件ではない。

一方

$$\bar{p} : m \leq 2 \text{ かつ } n \leq 2$$

$$\bar{q} : mn \leq 4$$

より

$$\bar{p} \Rightarrow mn \leq m \times 2 \leq 2 \Rightarrow \bar{q}$$

となり、 $\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$ が成り立つ。対偶をとると $q \Rightarrow p$ となり、 p は q であるための必要条件であることが分かる。

以上から p は q であるための ① 必要条件であるが、十分条件ではないことが分かる。