

## 2012 年度センター試験 工業数理基礎

### 第2問

温度が変わると抵抗値が大きく変化するサーミスタと呼ばれる半導体部品がある。サーミスタと電子ブザーを用いて、水が一定温度以上になったらブザーが鳴る温度センサ回路を作ってみる。

問1 ここでは温度が高くなると、抵抗値が小さくなるサーミスタについて考える。このサーミスタの抵抗値  $R_T[\Omega]$  は絶対温度  $T[\text{K}]$  と次の関係にあるとする。

$$R_T = A \times 10^{\frac{B}{T}} \quad (1)$$

ここで、 $A[\Omega]$  および  $B[\Omega]$  は実験的に求められる定数である。式 (1) の両辺の対数をとることで式 (2) が得られる。

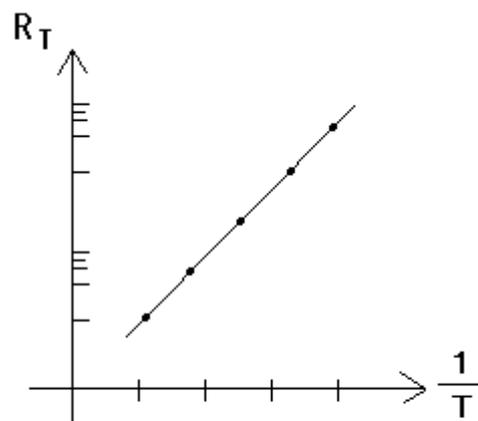
$$\log_{10} R_T = \log_{10} A + \frac{B}{T} \quad (2)$$

いくつかの異なる温度における測定で得られた抵抗値  $R_T$  を、絶対温度の逆数  $\frac{1}{T}$  を横軸として、片対数グラフを考える。このグラフの縦軸は  $\log_{10} R_T$  に対して等間隔の目盛りをとる。式 (2) より、このグラフは

傾き  $B$ , 切片  $\log_{10} A$

の一次関数のグラフである。

また、温度  $T$  が上がると抵抗値  $R_T$  は下がるため、 $1/T$  が上がると  $R_T$  は上がる。このため傾き  $B$  は正の値をとることが



㊦ のグラフ

分かる。

以上より片対数グラフは ㉔ のように右上がりの直線のグラフになる。

あるサーミスタの抵抗値を測定したところ、 $A = 3.00 \times 10^{-5} \Omega$ ,  $B = 2054 K$  という値が得られた。このとき

$$\begin{aligned}\log_{10} A &= \log_{10} 3 - 5 = 0.477 - 5 \\ &= -4.52\end{aligned}$$

(選択肢の 2) となるため、たとえば  $42^\circ\text{C}$ 、すなわち  $T = 315 K$  のとき、式 (2) を使うと

$$\log_{10} R_T = -4.52 + \frac{2054}{315} \cong 2$$

となり、 $R_T = 100 \Omega$  となる。同様に  $99^\circ\text{C}$ 、つまり  $T = 372 K$  のとき、

$$\log_{10} R_T = -4.52 + \frac{2054}{372} \cong 1$$

となり、 $R_T = 10 \Omega$  となる。

問 1 解答

ア	イ	ウ	エ	オ
0	3	1	1	0

## 問 2

図のように 2 つの抵抗  $R_1, R_2$  [ $\Omega$ ] が直列でつながっている電気回路を考える。それぞれの抵抗に流れる電流は同じであるため、

$$\begin{aligned} V_1 &= I \times R_1, & V_2 &= I \times R_2 \\ \Rightarrow V_1 : V_2 &= IR_1 : IR_2 = R_1 : R_2 \end{aligned}$$

つまり、2 つ抵抗にかかる電圧の比と抵抗値の比は等しく（選択肢の 3）なる。直列の回路であるため合成抵抗は  $R_1 + R_2$  [ $\Omega$ ] となるため、回路に流れる電流は  $I = \frac{V}{R_1 + R_2}$  となる。よって、

$$V_1 = \frac{V}{R_1 + R_2} \times R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V [\text{V}], \quad V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V [\text{V}]$$

（順に選択肢の 1, 2）となる。

$R_1$  をサーミスタ  $R_T$  に置き換え、水中に入れる。水温が上がるとサーミスタ自体も温度が上がるため  $R_T$  の抵抗値も小さくなる。

このとき  $V_2 = \frac{R_2}{R_T + R_2} V$  について、 $R_2, V$  は一定で、分母の  $R_T + R_2$  は小さくなるため、 $V_2$  は次第に大きくなる。（選択肢の 4）

## 問 2 解答

カ	キ	ク	ケ
3	1	2	4

## 問 3

1.5 V 以上の電圧がかかると鳴る電子ブザーを図 1 の回路に組み込むことで温度が 42 °C 以上になった時にブザーが鳴る回路を作ってみる。ここで電源電圧は 4.5 V、電子ブザーの抵抗値は  $R_T, R_2$  に比べ十分大きいものとする。

42 °C におけるサーミスタの抵抗値  $R_T$  は 100  $\Omega$  であった。よってサーミスタと抵抗  $R_2$  を直列につなぐと、2 つにかかる電圧の比は抵抗の比  $R_T : R_2$  と等しくなる。以上からサーミスタと抵抗にかかる電圧がそれぞれ 3.0 V、1.5 V であるとき

$$R_T : R_2 = 3.0 : 1.5 \Rightarrow R_2 = \frac{1.5 \times 100}{3.0} = 50 \Omega$$

となる。

水温が  $42^\circ\text{C}$  より低いときサーミスタの抵抗値  $R_T$  は  $42^\circ\text{C}$  のときより大きくなる。この時先ほどの  $50 \Omega$  の抵抗  $R_2$  にかかる電圧  $V_2$  を考える。電源の電圧は  $4.5 \text{ V}$  であるため  $V_1 + V_2 = 4.5$ 。この式と  $V_1 : V_2 = R_T : R_2$  より

$$V_2 = \frac{V_1 R_2}{R_T} = \frac{(4.5 - V_2) \times 50}{R_T}$$

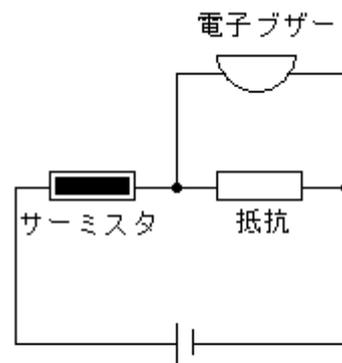
条件より  $R_T > 100$  となるため

$$V_2 < \frac{(4.5 - V_2) \times 50}{100} = \frac{1}{2}(4.5 - V_2)$$

$$\Rightarrow V_2 < 1.5$$

よって  $V_2$  は  $1.5 \text{ V}$  より小さくなる。(選択肢の 5) 逆に水温が  $42^\circ\text{C}$  より高いとき  $V_2$  は  $1.5 \text{ V}$  より大きくなる。(選択肢の 4)

以上の結果から温度が  $42^\circ\text{C}$  以上になった時にブザーが鳴る回路を考えてみる。電子ブザーを抵抗  $R_2$  に並列につなげると



②のグラフ

- 水温が  $42^\circ\text{C}$  以上  $\Rightarrow V_2 > 1.5 \text{ V}$
- $\Rightarrow$  電子ブザーに  $1.5 \text{ V}$  以上の電圧がかかる。
- $\Rightarrow$  電子ブザーが鳴る。

よって適切は回路は②の回路であることが分かる。

この回路でより高い水温でブザーが鳴るためにはどうすればよいだろうか。電源電圧とブザーは替えず、 $R_T$ ,  $R_2$  を替える場合を考える。

ブザーにかかる電圧 (つまり  $R_2$  にかかる電圧) がブザーが鳴る  $1.5 \text{ V}$  であるとき、

$$R_T : R_2 = 3.0 : 1.5 \Rightarrow R_T = 2 R_2$$

という関係が成り立つ。たとえば  $99^{\circ}\text{C}$  でブザーが鳴るためにはサーミスタの抵抗  $R_T$  が  $10\ \Omega$  となるため、 $R_2 = R_T/2 = 5\ \Omega$  とすればよい。

同様に水温が高いときにブザーが鳴るためには、 $R_T$  が小さいとき、つまり  $R_2$  の値を小さくすればよい。(選択肢の 5)

問3解答

コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ
5	0	5	4	2	5	5