

2013 年度センター試験 数学 1A

第 4 問

(1) 1 から 4 までの数字を、重複を許して並べてできる 4 桁の自然数は、全部で **アイウ** 個ある。

(2) (1) の **アイウ** 個の自然数のうちで、1 から 4 までの数字を重複なく使ってできるものは **エオ** 個ある。

(3) (1) の **アイウ** 個の自然数のうちで、1331 のように、異なる二つの数字を 2 回ずつ使ってできるものの個数を、次の考え方に従って求めよう。

(i) 1 から 4 までの数字から異なる二つを選ぶ。この選び方は **カ** 通りある。

(ii) (i) で選んだ数字のうち小さい方を、一・十・百・千の位のうち、どの 2 箇所に置くか決める。置く 2 箇所の決め方は **キ** 通りある。小さい方の数字を置く場所を決めると、大きい方の数字を置く場所は残りの 2 箇所に決まる。

(iii) (i) と (ii) より、求める個数は **クケ** 個である。

(4) (1) の **アイウ** 個の自然数を、それぞれ別々のカードに書く。できた **ア**
イウ 枚のカードから 1 枚引き、それに書かれた数の四つの数字に応じて、得点を次のように定める。

- | | |
|-------------------------------------|-----|
| ・ 四つとも同じ数字のとき | 9 点 |
| ・ 2 回現れる数字が二つあるとき | 3 点 |
| ・ 3 回現れる数字が一つと
1 回だけ現れる数字が一つあるとき | 2 点 |
| ・ 2 回現れる数字が一つと
1 回だけ現れる数字が二つあるとき | 1 点 |
| ・ 数字の重複がないとき | 0 点 |

(i) 得点が 9 点となる確率は **コ**
サシ、得点が 3 点となる確率は **ス**
セソ である。

(ii) 得点が 2 点となる確率は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ 、得点が 1 点となる確率は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(iii) 得点の期待値は $\frac{\boxed{\text{二}}}{\boxed{\text{又}}}$ 点である。

(1) 1 から 4 までの数字を、重複を許して並べてできる 4 桁の自然数の個数は $4^4 = 256$ 個ある。

(2) 256 個の自然数のうちで、1 から 4 までの数字を重複なく使ってできるものは $4! = 24$ 個ある。

(3)

(i) 1 から 4 までの数字から異なる二つを選ぶ。この選び方は ${}_4C_2 = 6$ 通りある。

(ii) (i) で選んだ数字のうち小さい方を、一・十・百・千の位のうち、どの 2 箇所に置くか決める。置く 2 箇所の決め方は ${}_4C_2 = 6$ 通りある。小さい方の数字を置く場所を決めると、大きい方の数字を置く場所は残りの 2 箇所に決まる。

(iii) (i) と (ii) より、求める個数は $6 \times 6 = 36$ 個である。

(4)

(i) 四つとも同じ数字である自然数は 1111, $\dots$, 4444 の 4 個ある。したがって得点が 9 点となる確率は $\frac{4}{256} = \frac{1}{64}$

また、(3) より 2 回現れる数字が二つある 4 桁の自然数は 36 個ある。したがって得点が 3 点となる確率は $\frac{36}{256} = \frac{9}{64}$

(ii) まず 3 回現れる数字が一つと 1 回現れる数字が一つである 4 桁の数字の個数を求める。

始めに 1 回だけ現れる数字を選ぶ。この選び方は 4 通りある。

この数字を 4 けたのどこの位に置くか選ぶ。この選び方は 4 通りある。

残りの 3 個の位には 3 回現れる数字が入る。この数字は始めに選んだ数字とは異なるものでなければならない。よってこの数字の選び方は 3 通り。

以上からまず 3 回現れる数字が一つと 1 回現れる数字が一つである 4 桁の数字の個数は $4 \times 4 \times 3 = 48$ 個である。したがって得点が 2 点となる確率は

$$\frac{48}{256} = \frac{3}{16}$$

ここで (2) より数字の重複がない 4 桁の数字は 24 個ある。ここまでの内容から 2 回現れる数字が一つと、1 回だけ現れる数字が二つである 4 桁の数字の個数を求めると、

$$256 - (4 + 36 + 48 + 24) = 144$$

となる。したがって得点が 1 点となる確率は $\frac{144}{256} = \frac{9}{16}$

(iii) 得点が 0 点となる確率は $\frac{24}{256} = \frac{3}{32}$ である。以上の結果から期待値を求める。

$$9 \times \frac{1}{64} + 3 \times \frac{9}{64} + 2 \times \frac{3}{16} + 1 \times \frac{9}{16} + 0 \times \frac{3}{32} = \frac{3}{2}$$