

2013 年度センター試験 数学 2 B

第 6 問

自然数 N を、0 または 1 または 2 のいずれかの値をとる $a_0, a_1, \dots, a_{p-1}$ を用いて

$$N = a_{p-1} \times 3^{p-1} + a_{p-2} \times 3^{p-2} + \dots + a_1 \times 3^1 + a_0 \times 3^0 \quad \dots [1]$$

と表すとき、数字の列 $a_{p-1}a_{p-2} \dots a_2a_1a_0$ を N の 3 進数表示とよび、 p を

この 3 進数表示の桁数とよぶ。ただし、 a_{p-1} は 0 ではないとする。たとえば

$$35 = 1 \times 3^3 + 0 \times 3^2 + 2 \times 3^1 + 2 \times 3^0$$

であるから、35 の 3 進数表示は 1022 であり、その桁数は 4 である。また、自然数 1 から 10 の 3 進数表示は以下ようになる。

自然数 N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N の 3 進数表示	1	2	10	11	12	20	21	22	100	101

3 進数表示が p 桁の自然数は $3^{p-1} \leq N < 3^p$ を満たすので、常用対数を取ることにより、 p と N の関係式

$$p - 1 \leq \frac{\log_{10} N}{\log_{10} 3} < p \quad \dots\dots\dots [2]$$

が成り立つことがわかる。

(1) 3 進数表示が 1212 である自然数は **アイ** である。

(2) 自然数 N を与え、その 3 進数表示を求めよう。[1] の N を 3^{p-1} で割った商が a_{p-1} であることに着目して、 N の 3 進数表示 $a_{p-1}a_{p-2} \dots a_2a_1a_0$ を上の位の数から順に出力する [プログラム 1] を作成した。

また、[1] の N を 3 で割った余りが a_0 であることに着目して、 N の 3 進数表示 $a_{p-1}a_{p-2} \dots a_2a_1a_0$ を下の位の数から順に出力する [プログラム 2] を作成した。ただし、 $\text{INT}(X)$ は X を超えない最大の整数を表す関数である。また、 $\text{LOG10}(X)$ は X の常用対数を表す関数であり、[2] により、いずれのプロ

グラムにおいても、110 行は入力された自然数 N または M の 3 進数表示の桁数を P に代入している。

[プログラム 1]

```
100 INPUT N
110 LET P=INT (LOG10 (N)/LOG10 (3))+1
120 LET X=3^(P-1)
130 FOR I=1 TO P
140 PRINT 
150 LET N=
160 LET X=
170 NEXT I
180 END
```

[プログラム 2]

```
100 INPUT N
110 LET P=INT (LOG10 (N)/LOG10 (3))+1
120 FOR I=1 TO P
130 PRINT M-INT (M/3)*3
140 LET M=INT (M/3)
150 NEXT I
160 END
```

、、 に当てはまるものを、次の ①～⑧ のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返して選んでもよい。

① $X/3$

① $N/3$

② X/N

③ $\text{INT}(N/3)$

④ $N-\text{INT}(N/3)$

⑤ $N=\text{INT}(N/3)*3$

⑥ $\text{INT}(N/X)$

⑦ $N-\text{INT}(N/X)$

⑧ $N=\text{INT}(N/X)*X$

[プログラム 2] を実行して変数 M に 77 を入力すると、 $\frac{\log_{10} 77}{\log_{10} 3} = 3.95 \dots$ であることから、110 行では P に 4 が代入される。130 行で出力される値を並べることにより、自然数 77 の 3 進数表示は となる。

(3) 与えられた自然数 N の 3 進数表示 $a_{p-1}a_{p-2} \dots a_2a_1a_0$ が、これを逆に並べた数字の列 $a_0a_1a_2 \dots a_{p-2}a_{p-1}$ と一致するかどうかを調べ、その結果を出力する [プログラム 3] を作成した。たとえば、[プログラム 3] を実行して変数 N に 202 を入力すると、202 は 3 進数表示が 21111 であるから「一致しない」と出力される。また、変数 N に 203 を入力すると、203 は 3 進数表示で 21112 であるから「一致する」と出力される。

[プログラム 3]

```
100 INPUT N
110 LET P=INT (LOG10 (N) /LOG10 (3)) +1
120 LET X=3^(P-1)
130 
140 FOR I=1 TO P
150   LET A=
160   LET N=
170   LET X=
180   LET B=M-INT (M/3)*3
190   LET M=INT (M/3)
200   
210 NEXT I
220 PRINT “一致する”
230 GOTO 250
240 PRINT “一致しない”
250 END
```

[プログラム 3] の に当てはまるものを、次の ①～⑤ のうちから一つ選べ。

① LET M=N

① LET M=P

② LET M=X

③ LET N=M

④ LET N=P

⑤ LET N=X

に当てはまるものを、次の ①～③ のうちから一つ選べ。

① IF A=B THEN GOTO 220

① IF A<>B THEN GOTO 220

③ IF A=B THEN GOTO 240

④ IF A<>B THEN GOTO 240

[プログラム 3] を実行して変数 **N** に 436 を入力すると、 $\frac{\log_{10} 436}{\log_{10} 3} =$

5.53 … であることから、110 行では **P** に 6 が代入され、200 行の **IF** 文の判定は 回実行される。200 行の **IF** 文の判定が最後に行われたときの **X** の値は であり、その後、。 に当てはまるものを、次の ①～③ のうちから一つ選べ。

- ④ 220 行が実行され、240 行は実行されない。
- ① 240 行が実行され、220 行は実行されない。
- ② 220 行と 240 行の両方が実行される。
- ③ 220 行と 240 行はいずれも実行されない。

(1) 3 進数表示が 1212 である自然数は

$$1 \times 3^3 + 2 \times 3^2 + 1 \times 3^1 + 2 \times 3^0 = 50$$

である。

(2) [プログラム 1] において、

140 行は N を 3^{p-1} で割った商である a_{p-1} を表示するため、⑥ $\text{INT}(N/X)$ を入れる。

150 行以降は a_{p-2} を表示するために N と X の値を変える。[1] の式において $a_{p-1} \times 3^{p-1}$ 以降の値

$$a_{p-2} \times 3^{p-2} + \dots + a_1 \times 3^1 + a_0 \times 3^0$$

は N を 3^{p-1} で割った余りであり、 a_{p-2} はその余りを 3^{p-2} で割った商になる。以上から 150 行は N を「 N を X で割った余り」に換える操作を行う。つまり ⑧ $N - \text{INT}(N/X) * X$ を入れる。

また 160 行は N を $3^{p-2} = X/3$ に換える操作を行う。つまり ⑩ $X/3$ を入れる。

[プログラム 2] に $N=77$ を入力する。

$77 - \text{INT}(77/3) * 3 = 2 \rightarrow 2$ を表示する。

$M = \text{INT}(77/3) = 25$ とする。

$25 - \text{INT}(25/3) * 3 = 1 \rightarrow 1$ を表示する。

$M = \text{INT}(25/3) = 8$ とする。

$8 - \text{INT}(8/3) * 3 = 2 \rightarrow 2$ を表示する。

$M = \text{INT}(8/3) = 2$ とする。

$2 - \text{INT}(2/3) * 3 = 2 \rightarrow 2$ を表示する。

$M = \text{INT}(2/3) = 0$ とする。→ 160 行 へ行きプログラム終了。

以上から 77 の 3 進数表示は出力した数字を逆に並べた **2212** となる。

(3) [プログラム 3] において、**150** 行から **190** 行は (2) の[プログラム 1] と [プログラム 2] を同時に行う。このため変数 **N** の値を変数 **M** に代入し、**N** の 3 進数表示を上桁から求め、**M** の 3 進数表示を下桁から求める。以上から **130** 行には ① **LET M=N** を入れる。

150 行から **190** 行で、**A** は **N** の 3 進数表示を上から **I** 桁、**B** は **M** の 3 進数表示を下から **I** 桁を求めている。**A** と **B** が等しくなければ、**N** の 3 進数表示が逆順と一致しないため、「一致しない」と表示させる。

よって **200** 行には ③ **IF A<>B THEN GOTO 240** を入れる。すべて **200** 行の **IF** 文に当てはまらない場合は常に「**N** の 3 進数表示を上から **I** 桁」=「**M** の 3 進数表示を下から **I** 桁」が成り立つ。つまり **N** の 3 進数表示が逆順と一致することを意味する。このときは **220** 行へ移り「一致する」を表示させる。

[プログラム 3] を実行して変数 **N** に 436 を入力すると、
$$\frac{\log_{10} 436}{\log_{10} 3} =$$

5.53... であることから、**110** 行では **P = INT (LOG10(436)/LOG10(3))+1** となるため、**P** に 6 が代入される。**120** 行では **X** に $3^5 = 243$ が代入される。**130** 行では **M** に **N=436** を代入される。

I が 1 から 6 に対して **150** 行から **200** 行までの操作を行う。

I=1 のとき **A = INT (436/243) = 1**
 N = 436-INT (436/243)*243 = 193
 X = 3⁵/3 = 81
 B = 436-INT (436/3)*3 = 1
 M = INT (436/3) = 145

この時は **A = B** であるため、**200** 行の **IF** 文が成り立たない。よって **140** 行に戻る。

I=2 のとき **A = INT (193/81) = 2**
 N = 193-INT (193/81)*81 = 31
 X = 3⁴/3 = 27
 B = 145-INT (145/3)*3 = 1

$$M = \text{INT} (145/3) = 48$$

この時は **A = B** が成り立たないため、**200** 行の **IF** 文が成り立つ。よって **240** 行に移り「一致しない」と表示してプログラムは終了する。

以上から、**200** 行の **IF** の判定は **2** 回実行される。最後の判定が行われた時の **X** の値は **27** であり、その後 ① **240** 行が実行され、**220** 行は実行されない。