

2014 年度センター試験 数学 2 B

第 5 問

次の表は、あるクラスの生徒 9 人に対して行われた英語と数学のテスト（各 20 点満点）の得点をまとめたものである。ただし、テストの得点は整数値である。また、表の数値はすべて正確な値であり、四捨五入をされていないものとする。

	英 語	数 学
生徒 1	9	16
生徒 2	20	20
生徒 3	18	14
生徒 4	18	17
生徒 5	A	8
生徒 6	18	C
生徒 7	14	D
生徒 8	15	14
生徒 9	18	15
平均値	16.0	15.0
分 散	B	10.00
相関係数	0.500	

以下、小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し、解答せよ。途中で割り切れた場合、指定された桁まで ⑩ にマークすること。

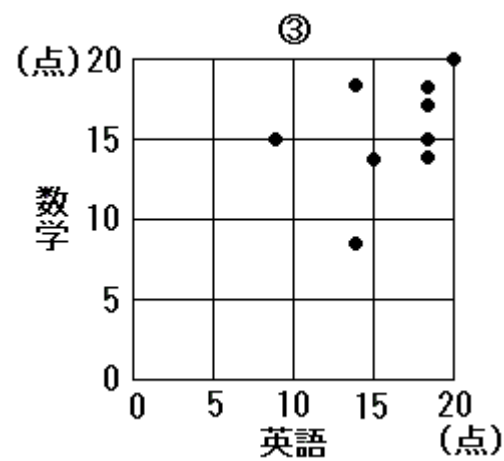
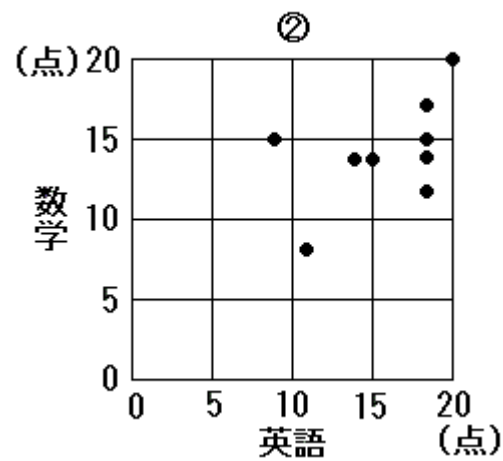
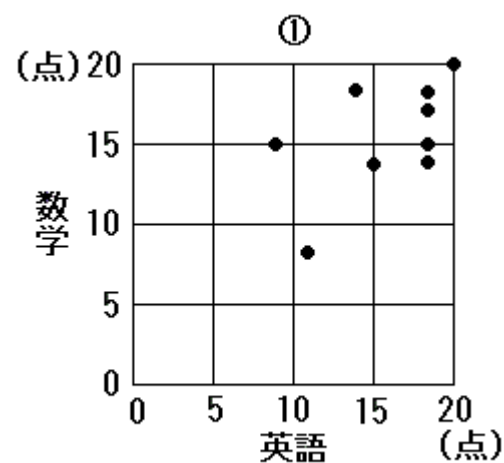
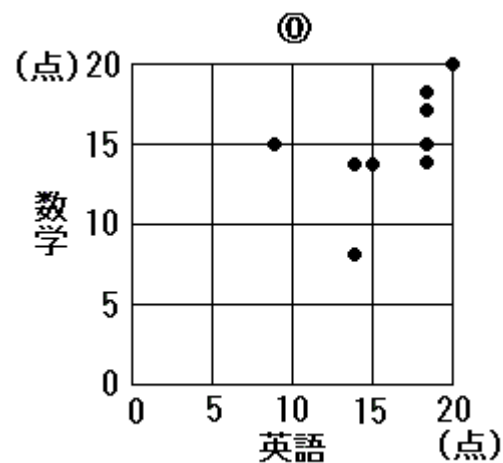
(1) 生徒 5 の英語の得点 A は **アイ** 点であり、9 人の英語の得点の分散 B の値は **ウエ**. **オカ** である。また、9 人の数学の得点の平均値が 15.0 点であることと、英語と数学の得点の相関係数の値が 0.500 であることから、生徒 6 の数学の得点 C と生徒 7 の数学の得点 D の関係式

$$C + D = \text{キク}$$

$$C - D = \text{ケ}$$

が得られる。したがって、 C は **コサ** 点、 D は **シス** 点である。

(2) 9 人の英語と数学の得点の相関図（散布図）として適切なものは **セ** である。**セ** に当てはまるものを、次の ① ～ ③ のうちから一つ選べ。



(3) 生徒 10 が転入したので、その生徒に対して同じテストを行った。次の表は、はじめの 9 人の生徒に生徒 10 を加えた 10 人の得点をまとめたものである。ただし、表の数値はすべて正確な値であり、四捨五入されていないものとする。

	英 語	数 学
生徒 1	9	16
生徒 2	20	20
生徒 3	18	14
生徒 4	18	17
生徒 5	A	8
生徒 6	18	C
生徒 7	14	D
生徒 8	15	14
生徒 9	18	15
生徒 10	6	F
平均値	E	14.0
分 散	18.00	18.00
相関係数	0.750	

10 人の英語の得点の平均値 E は **ソタ** . **チ** 点である。生徒 10 の数学の得点 F は **ツ** 点である。

(4) 生徒 10 が転入した後で 1 人の生徒が転出した、残った 9 人の生徒について、英語の得点の平均値は 10 人の平均値と同じ **ソタ** . **チ** 点であった。転出したのは生徒 **テ** である。また、英語について、10 人の得点の分散の値を v 、残った 9 人の得点の分散の値を v' とすると

$$\frac{v'}{v} = \text{ト}$$

が成り立つ。さらに、10 人についての英語と数学の得点の相関係数の値を r 、残った 9 人についての英語のと数学の得点の相関係数の値を r' とすると

$$\frac{r'}{r} = \text{ナ}$$

が成り立つ。**ト**、**ナ** に当てはまるものを、次の ① ～ ⑤ のうちから一つ

ずつ選べ。ただし、同じものを選んでもよい。

$$\begin{array}{lll} \textcircled{0} -1 & \textcircled{1} 1 & \textcircled{2} \frac{9}{10} \\ \textcircled{3} \left(\frac{9}{10}\right)^2 & \textcircled{4} \frac{10}{9} & \textcircled{5} \left(\frac{10}{9}\right)^2 \end{array}$$

以下、式を表すために生徒 i ($1 \leq i \leq 10$) の英語、数学の得点をそれぞれ x_i, y_i 、英語、数学の平均値をそれぞれ $\bar{x}, \bar{y}$ と表す。

(1) 9 人の生徒の英語と数学の得点の平均値との差を求めると以下の通りになる。

i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$
1	-7	0
2	4	5
3	2	-1
4	2	2
5	$A - 16$	-7
6	2	$C - 15$
7	-2	$D - 15$
8	-1	-1
9	2	0

上の表の各生徒の英語の得点と平均値の差は合計は

$$\sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x}) = A - 14$$

この合計は **0** と等しいため、 **$A = 14$** である。よって分散 B の値は

$$\sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2 \times \frac{1}{9} = 90 \times \frac{1}{9} = \mathbf{10.00}$$

一方、数学の得点に関しても、平均値との差の合計を求めると

$$\sum_{i=1}^9 (y_i - \bar{y}) = C + D - 32$$

この合計は **0** と等しいため、

$$C + D - 32 = 0 \Rightarrow C + D = \mathbf{32}$$

また、相関係数は

$$\frac{\sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^9 (y_i - \bar{y})^2}}$$

によって求められる。分母の2つの値は分散の値から

$$\sum_i (x_i - \bar{x})^2 = 10.00 \times 9 = 90.00$$

$$\sum_i (y_i - \bar{y})^2 = 10.00 \times 9 = 90.00$$

一方、分子の値を求めると

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ = 20 + (-2) + 4 + 14 + 2(C - 15) + (-2) \times (D - 15) + 1 \end{aligned}$$

$$= 2C - 2D + 37$$

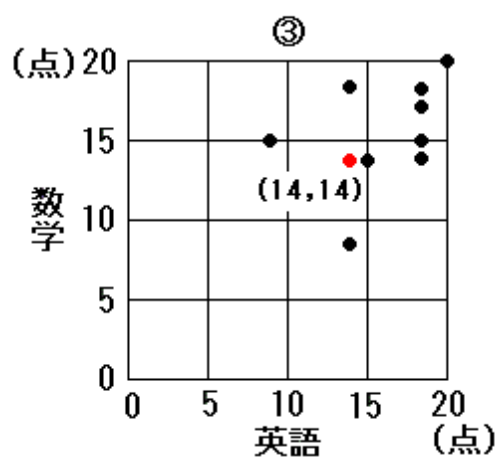
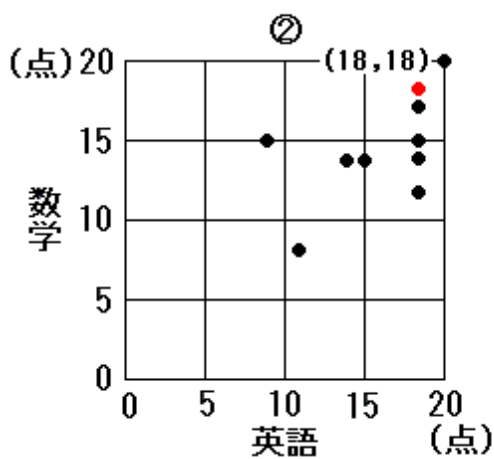
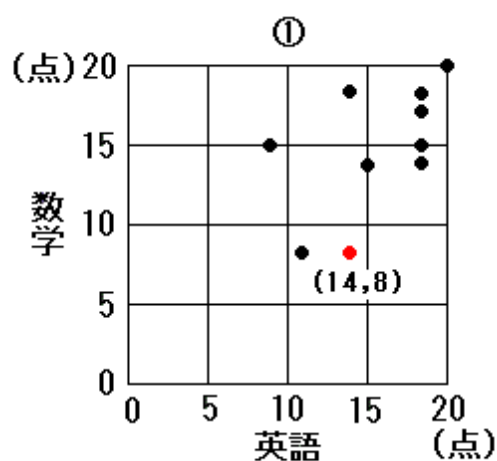
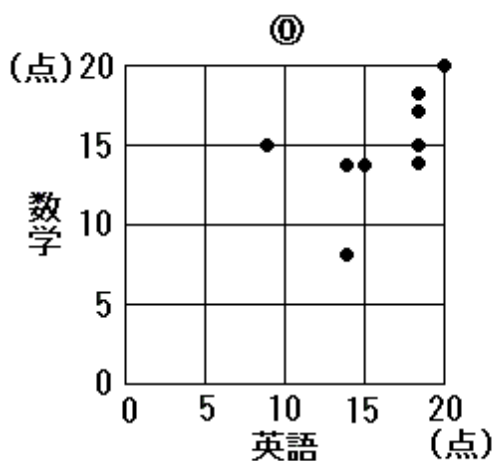
となるため、

$$\frac{2C - 2D + 37}{\sqrt{90} \times \sqrt{90}} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2C - 2D + 37 = 45$$

$$\Rightarrow C - D = 4$$

以上から C, D の値を求めると、 $C = 18, D = 14$ となる。

(2) 生徒 5, 6, 7 の英語と数学の点数はそれぞれ $(14, 8), (18, 18), (14, 14)$ である。これら 3 点が表示されている相関図は ① のみである。① ~ ③ は下の図の赤印の点が表示されていない。



(3) 転入した生徒 10 に対して同じテストを行い、はじめの 9 人の生徒に生徒 10 を加えた 10 人の得点は以下のとおりである。

	英 語	数 学
生徒 1	9	16
生徒 2	20	20
生徒 3	18	14
生徒 4	18	17
生徒 5	14	8
生徒 6	18	18
生徒 7	14	18
生徒 8	15	14
生徒 9	18	15
生徒 10	6	F
平均値	E	14.0
分 散	18.00	18.00
相関係数	0.750	

英語の得点について、生徒 9 までの生徒の平均値が 16.00 であるため、生徒 10 までの 10 人の生徒の得点の合計は $16.00 \times 9 + 6 = 150$.
 よって、英語の平均値 E の値は、

$$\frac{150}{10} = 15.0 \text{ 点}$$

同様に 10 人の生徒の数学の得点の合計を求めると、

$$15.00 \times 9 + F = F + 135$$

数学の平均値が 14.0 であることから、

$$\frac{F + 135}{10} = 14.0 \Rightarrow F + 135 = 140 \Rightarrow F = 5 \text{ 点}$$

(4) 10 人の生徒のうち、1 人の生徒が転出したところ、残った 9 人の生徒につい

て、英語の得点の平均値は 10 人の平均値と同じ 15.0 点であった。

このことから、転出した生徒の英語の得点は平均値と同じ 15 点であることがわかる。よって転出したのは英語の得点が 15 点の生徒 8 である。

英語について、10 人の得点の分散の値を v 、残った 9 人の得点の分散の値を v' とする。 $v = 18.00$ より $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 15)^2 = 18.00 \times 10 = 180$. 転出した生徒 8 の英語の得点は平均値と同じであるため、 $x_8 - 15 = 0$ 。つまり

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - 15)^2 - (x_8 - 15)^2 = 180$$

したがって、生徒 8 以外の 9 人の生徒の英語の得点の分散は $v' = 180 / 9 = 20$ 。よって、

$$\frac{v'}{v} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$$

が成り立つ（選択肢は ④ が入る）

10 人についての英語と数学の得点の相関係数の値を r 、残った 9 人についての英語のと数学の得点の相関係数の値を r' とする。生徒 8 の数学の得点は 10 人の平均値と同じ 14 点である。よって、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{10} (y_i - 14)^2 - (y_8 - 14)^2 &= \sum_{i=1}^{10} (y_i - 14)^2 \\ \sum_{i=1}^{10} (x_i - 15)(y_i - 14) - (x_8 - 15)(y_8 - 14) &= \sum_{i=1}^{10} (x_i - 15)(y_i - 14) \end{aligned}$$

つまり、残った 9 人についての相関係数の値は 10 人のときと変化しないことがわかる。よって

$$\frac{r'}{r} = 1$$

が成り立つ（選択肢は ① が入る）