

2015 年度センター試験 数学 1

第 2 問

2 次関数

$$y = -x^2 + 2x + 2 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のグラフの頂点の座標は (,) である。また、

$$y = f(x)$$

は x の 2 次関数で、そのグラフは、 $\textcircled{1}$ のグラフを x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動したものであるとする。

(1) 下の , には、次の $\textcircled{0} \sim \textcircled{4}$ のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- $\textcircled{0} >$ $\textcircled{1} <$ $\textcircled{2} \geq$ $\textcircled{3} \leq$ $\textcircled{4} \neq$

$2 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p \text{ }$$

であり、最小値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p \text{ }$$

である。

(2) $\textcircled{2}$ のグラフが点 $(-2, 0)$ を通るとき、

$$q = p^2 + \boxed{\text{キ}} p + \boxed{\text{ク}}$$

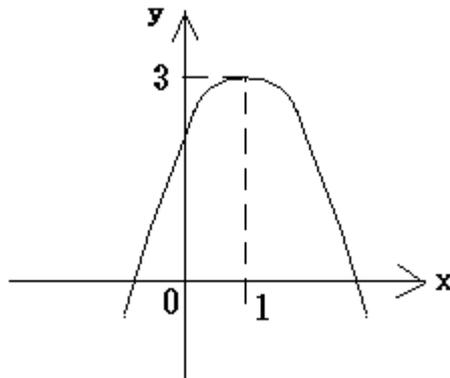
$$f(x) = -(x + \boxed{\text{ケ}})(x - \boxed{\text{コ}} p - \boxed{\text{サ}})$$

である。

(3) 2次不等式 $f(x) > 0$ の解が $-2 < x < 3$ になるのは

$$p = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad q = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

のときである。



$$y = -x^2 + 2x + 2 = -(x^2 - 2x) + 2 = -(x - 1)^2 + 3$$

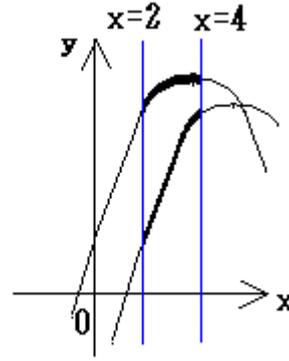
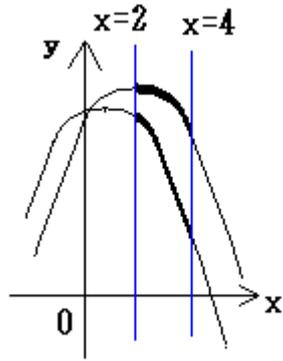
より ① のグラフの頂点の座標は $(1, 3)$ である。

(1) 上の結果から、2次関数 ① のグラフの軸の式は $x = 1$ である。よって、① のグラフを x 軸方向に p だけ平行移動させて得られる関数 $y = f(x)$ について、グラフの軸の式は $x = p + 1$ である。

$2 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値が $f(2)$ になるとき、 $2 \leq x \leq 4$ の範囲では減少していることになる。よって

$$p + 1 \leq 2 \Rightarrow p \leq 1$$

これが求める p の値の範囲である。



一方、 $2 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最小値が $f(2)$ になるとき、 $2 \leq x \leq 3$ の範囲では増加していることになる。よって

$$3 \leq p + 1 \Rightarrow p \geq 2$$

これが求める p の値の範囲である。

(2) $y = f(x)$ の式は

$$y = -(x - 1 - p)^2 + 3 + q$$

と表される。このグラフが点 $(-2, 0)$ を通るとき、

$$\begin{aligned} -(-3 - p)^2 + 3 + q &= 0 \\ \Rightarrow q &= (p + 3)^2 - 3 = p^2 + 6p + 6 \end{aligned}$$

となる。このことから

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x - 1 - p)^2 + 3 + p^2 + 6p + 6 \\ &= -x^2 + 2(p + 1)x + 4p + 8 \\ &= -(x + 2)(x - 2p - 4) \end{aligned}$$

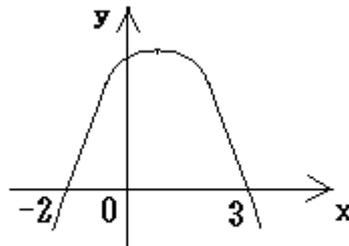
となる。

(3) 一般に、解が $-2 < x < 3$ になる 2 次不等式は

$$t(x+2)(x-3) > 0 \quad (t < 0)$$

という形で表される。 $f(x) > 0$ は x^2 の係数が -1 であることから $t = -1$ 、つまり

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x+2)(x-3) \\ &= -x^2 + x + 6 \\ &= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \end{aligned}$$



この 2 次関数のグラフは頂点の座標は $\left(\frac{1}{2}, \frac{25}{4}\right)$ である。一方 $y = f(x)$ のグラフは、頂点の座標は $(p+1, q+3)$ であることから

$$p+1 = \frac{1}{2}, \quad q+3 = \frac{25}{4} \Rightarrow p = \frac{-1}{2}, \quad q = \frac{13}{4}$$

となる。

第2問の解答

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
1	3	3	1	2	2	6	6	2
コ	サ	シス	セ	ソタ	チ			
2	4	-1	2	13	4			