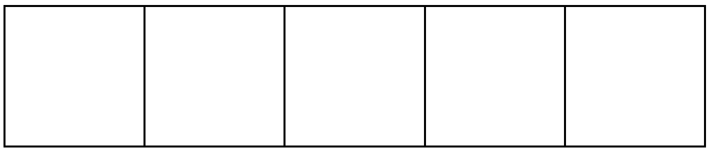
2015 年度センター試験　数学 1A

第４問

　同じ大きさの５枚の正方形の板を一列に並べて、図のような掲示板を作り、壁に固定する。赤色、緑色、青色のペンキを用いて、隣り合う正方形どうしが異なる色となるように、この掲示板を塗り分ける。ただし、塗り分ける際には、３色のペンキをすべて使わなければならないわけではなく、２色のペンキだけで塗り分けることがあってもよいものとする。



(1) このような塗り方は、全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 通りある。

(2) 塗り方が左右対称となるものは、$\boxed{\text{ウエ}}$ 通りある。

(3) 青色と緑色の２色だけで塗り分けるのは、 $\boxed{\text{オ}}$ 通りある。

(4) 赤色に塗られる正方形が３枚であるのは、 $\boxed{\text{カ}}$ 通りある。

(5) 赤色に塗られる正方形が１枚である場合について考える。
- どちらかの端の１枚が赤色に塗られるのは、 $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。
- 端以外の１枚が赤色に塗られるのは、 $\boxed{\text{クケ}}$ 通りある。

よって、赤色に塗られる正方形が１枚であるのは、 $\boxed{\text{コサ}}$ 通りある。

(6) 赤色に塗られる正方形が２枚であるのは、 $\boxed{\text{シス}}$ 通りある。

---

(1) 条件に合うように、５枚の掲示板を左から色を塗っていく。

　左端の正方形の色は３色のうちいずれでもよい。つまり３通りの塗り方があ

る。

　左から２番目の正方形は、左端の正方形の色と異なる色でなければいけないため、２色のうちいずれかになる。つまり２通りの塗り方がある。

　残りの各正方形について、左隣りの正方形の色と異なる色で塗らなければいけないため、塗り方は２通りになる。よって条件に合う塗り方は $3\times2\times2\times2\times2=\mathbf{48}$ 通りである。

⑵ 塗り方が左右対称であるとき、右端の正方形の色は左端の正方形の色と同じであり、右から２番目の正方形の色は左から２番目の正方形の色と同じである。

　このことから、左から３枚の正方形の色が決まれば、残りの２枚の正方形を左右対称になるように塗ることができる。つまり、左右対称になる塗り方は $3\times2\times2=\mathbf{12}$ 通りである。

⑶ 青色と緑色の２色だけで塗り分けるのは、左端から「青、緑、青、緑、青」または「緑、青、緑、青、緑」の $\mathbf{2}$ 通りある。

⑷ 赤色に塗られる正方形が３枚であるのは、「赤、？、赤、？、赤」という塗り方になる。「？」には青か緑のいずれかになる。このため、塗り方は全部で $2\times2=\mathbf{4}$ 通りである。

⑸ 赤色に塗られる正方形が１枚である場合について考える。

　・左端の１枚が赤色に塗られるのは「赤、緑、青、緑、青」「赤、青、緑、青、緑」の２通りある。同様に右端の１枚が赤色に塗られるのは２通りある。よってどちらかの端の１枚が赤色に塗られるのは、全部で $\mathbf{4}$ 通りある。

　・右から２番目が赤色に塗られるときは「？、赤、？、？、？」という塗り方になる。赤の左側は「青」または「緑」の２通り、赤の右側は「青、緑、青」または「緑、青、緑」の２通りであるため、右から２番目が赤色に塗られるのは $\mathbf{4}$ 通りある。

　同様にして、赤色が中央または左から２番目に塗られるとき、赤の左側と右側でそれぞれ２通りの塗り方がある。よって、端以外の１枚が赤色に塗られるのは、$4+4+4=\mathbf{12}$ 通りある。

以上から、赤色に塗られる正方形が１枚であるのは、$4+12=\mathbf{16}$ 通りある。

⑹ 条件に合う塗り方をしたとき、赤色は多くても３枚しか塗ることができない。

赤色が０枚である塗り方は（3）から 2 通り。
赤色が１枚である塗り方は（5）から 16 通り。
赤色が３枚である塗り方は（4）から 4 通り。
　よって赤色が２枚である塗り方は $48-(2+16+4)=\mathbf{26}$ 通りである。

問４の解答

アイ	ウエ	オ	カ	キ	クケ
48	**12**	**2**	**4**	**4**	**12**
コサ	シス				
16	**26**				