

2015 年度センター試験 数学 1A

第 6 問

三角形 ABC において、 $AB = AC = 5$, $BC = \sqrt{5}$ とする。辺 AC 上に点 D を $AD = 3$ となるようにとり、辺 BC の B の側の延長と三角形 ABD の外接円との交点で B と異なるものを E とする。

$$CE \cdot CB = \boxed{\text{アイ}} \text{ であるから、} BE = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}} \text{ である。}$$

$$\text{三角形 } ACE \text{ の重心を } G \text{ とすると、} AG = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} \text{ である。}$$

AB と DE の交点を P とすると

$$\frac{DP}{EP} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

である。

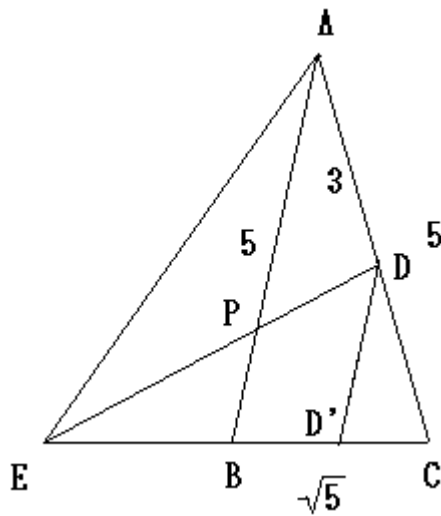
三角形 ABC と三角形 EDC において、点 A, B, D, E は同一円周上にあるので $\angle CAB = \angle CED$ で、 $\angle C$ は共通であるから

$$DE = \boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

である。

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から、} EP = \frac{\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}} \text{ である。}$$

$$AG = \frac{2}{3} \times AB = \frac{10}{3}$$



AB と DE の交点を P とする。また、 $AB \parallel DD'$ となる BC 上の点 D' をとる。このとき

$$BD' : BC = AD : AC = 3 : 5 \Rightarrow BD' = \frac{3}{5} \times BC = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

となる。一方 $DP : EP = D'B : EB$ より

$$\frac{DP}{EP} = \frac{D'B}{EB} = \frac{3\sqrt{5}/5}{\sqrt{5}} = \frac{3}{5} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

である。

三角形 ABC と三角形 EDC において、点 A, B, D, E は同一円周上にあるので $\angle CAB = \angle CED$ で、 $\angle C$ は共通である。よって三角形 ABC と三角形 EDC は相似である。このことから

$$AB : DE = AC : CE \Rightarrow 5 : DE = 5 : 2\sqrt{5}$$

つまり、

$$DE = 2\sqrt{5} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

である。

①、② および $DP : EP = 3 : 5$ から、

$$EP = \frac{5}{8} \times DE = \frac{5\sqrt{5}}{4}$$

である。