

2015 年度センター試験 工業数理基礎

第 1 問

問 1 金属棒の引張試験についての問題。

- ・ 初期（時間 t [s] が 0 s）の金属棒の長さは l_0 [mm] である。
- ・ 棒の一端を固定し、もう一端を一定の速さ v [mm/s] で軸方向に引っ張る。

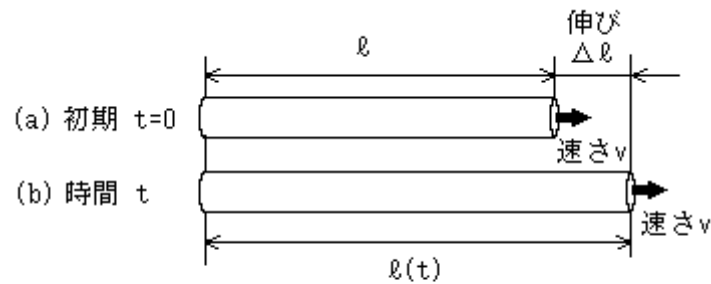


図 1

このとき、棒の単位長さ当たりの伸びは増加する。この伸び率は「ひずみ」と呼ばれる。時間 t における棒の伸びが Δl [mm] であるとき、 l_0 を基準としたひずみ e は次式で表される。

$$e = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (1)$$

また棒の伸び Δl は、一定の速さ v で時間 t だけ引っ張るため、

$$\Delta l = vt$$

と表される。これを式 (1) に代入すると、ひずみ e は次のとおり表される。

$$e = \frac{vt}{l_0} \quad (2)$$

次に、ひずみの時間変化「ひずみ速度」について考える。これは時間 t における棒の長さ $l(t)$ [mm] を基準とした単位長さ当たりの引っ張り速度で定義される。

時間 t において棒をさらに一定の速さ v で引っ張り続けるとき、ひずみ速度 E [s^{-1}] は次式で表される。

$$E = \frac{v}{l(t)} \quad (3)$$

ここで時間 t における棒の長さ $l(t)$ を求める。 0 s のときの棒の長さは l_0 で、 $t\text{ s}$ の間に速度 v で引っ張るため、

$$l(t) = l_0 + v t$$

で表される。上式を式 (3) に代入すると

$$E = \frac{v}{l_0 + v t} = \frac{1}{\frac{1}{v} \times l_0 + t} \quad (4)$$

と表される。 v を一定にしたとき、

- ・ 時間 t が増えると、 E の分母が増えるため、 E は減少する。
- ・ l_0 が短くなると、 E の分母が減るため、 E は増加する。

以上から、ひずみ速度 E は ③ 時間 t の経過に対して減少する。また l_0 を短くするほど増加する。

引張試験の例として、 $l_0 = 8.0\text{ mm}$ の短い材料について、ひずみ e が 0.050 に達するまでの引張試験を、 E が 100 s^{-1} 以上で行うために必要な v を求める。

まず、式 (2) から

$$e = \frac{vt}{l_0} \Rightarrow vt = e \times l_0 = 0.050 \times 8.0 = 4.0 \times 10^{-1}$$

となる。この値とひずみ速度 $E = 100$ を式 (4) に代入すると

$$E = \frac{v}{l_0 + v t}$$
$$\Rightarrow v = E \times (l_0 + v t) = 100 \times (8.0 + 0.4) = \mathbf{8.4} \times 10^2$$

となる。

問 1 の正解

ア	イ	ウ	エオ	カキ
1	0	3	4.0	8.4

問 2 写真などの色材の時間の経過による劣化に関する問題。ここでは光が当たらない環境で行い、また色材が塗布される紙の退色や劣化は無視する。

色材の寿命 D [日] は、次式のように、熱力学温度（絶対温度） T [K] との関係式で表されることが知られている。

$$D = A \times 10^{\frac{B}{T}} \quad (5)$$

なお、 A [日] および B [K] は正の定数で、実験によって求められる。

これらの定数を求めるために、式 (5) の両辺の常用対数をとると

$$\begin{aligned} \log_{10} D &= \log_{10} \left(A \times 10^{\frac{B}{T}} \right) \\ &= \log_{10} A + \log_{10} 10^{\frac{B}{T}} \\ &= \log_{10} A + \frac{B}{T} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。式 (6) を、次式のような傾きが B 、切片が $\log_{10} A$ の 1 次関数

$$y = Bx + \log_{10} A$$

に変形するために、式 (6) の $\log_{10} D$ を y 、 $\frac{1}{T}$ を x とおく。

色材の寿命を測定する例として、80 ~ 100 °C の高温環境下の実験で得られた寿命に対応する x, y のいくつかの点をグラフに描く。

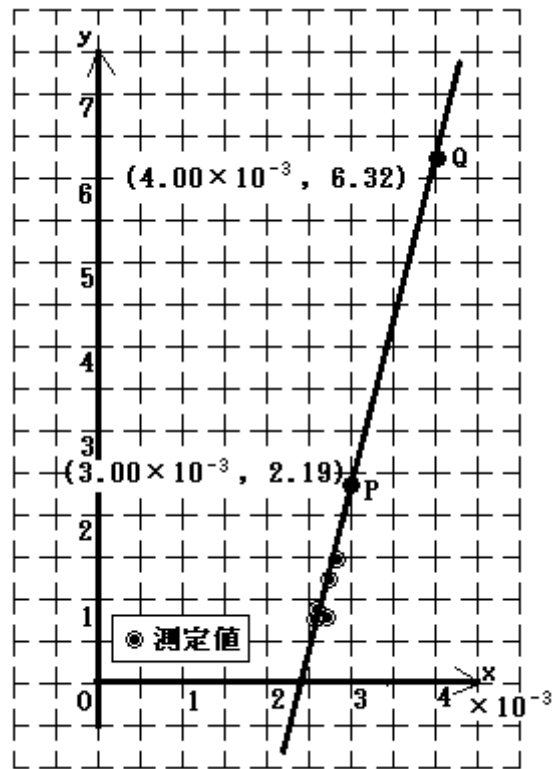


図 2

これらの測定値の点に限りなく近くを通る直線を引くと、直線上に 2 点 $P (3.00 \times 10^{-3}, 2.19)$, $Q (4.00 \times 10^{-3}, 6.32)$ を読み取ることができる。

この直線の傾きは

$$\frac{6.32 - 2.19}{4.00 \times 10^{-3} - 3.00 \times 10^{-3}} = \mathbf{4.13 \times 10^3}$$

y 切片は式 (7) より

$$\begin{aligned} & 2.19 - (3.00 \times 10^{-3}) \times (4.13 \times 10^3) \\ &= 2.19 - 12.37 \\ &= \mathbf{-10.2} \end{aligned}$$

であることから、式 (7) は

$$y = (4.13 \times 10^3) x - 10.2$$

となる。

この式を使い、 295 K （室温 $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ ）での色材の寿命を推定する。上の式に

$x = \frac{1}{295}$ を代入すると

$$y = (4.13 \times 10^3) \times \frac{1}{295} - 10.2 = 14 - 10.2 = \mathbf{3.8}$$

となり、これから、 D は 6.3×10^3 日、すなわち約 17 年となる。

問 2 の正解

ク	ケ	コ	サ	シ
2	7	8	1	3