2015年度センター試験　旧数学1

第２問

２次関数

$$y=-x^2+2x+2\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフの頂点の座標は（ $\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$ ）である。また、

$$y=f(x)$$

は x の２次関数で、そのグラフは、① のグラフを x 軸方向に p、y 軸方向に q だけ平行移動したものであるとする。

(1) 下の $\boxed{ウ}$, $\boxed{オ}$ には、次の ⓪ ～ ④ のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ ＞　　① ＜　　② ≧　　③ ≦　　④ ≠

$2\leq x\leq 4$ における $f(x)$ の最大値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p\,\boxed{ウ}\;\boxed{エ}$$

であり、最小値が$f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p\,\boxed{オ}\;\boxed{カ}$$

である。

(2) ② のグラフが点 $(-2,\ 0)$ を通るとき、

$$q = p^2 + \boxed{キ}\ p + \boxed{ク}$$

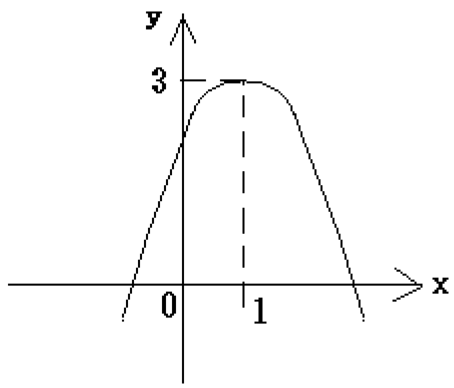
$$f(x) = -\left(x + \boxed{ケ}\right)\left(x - \boxed{コ}\ p - \boxed{サ}\right)$$

である。

(3) ２次不等式 $f(x) > 0$ の解が $-2 < x < 3$ になるのは

$$p = \frac{\boxed{シス}}{\boxed{セ}}, \qquad q = \frac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チ}}$$

のときである。



$$y = -x^2 + 2x + 2 = -(x^2 - 2x) + 2 = -(x-1)^2 + 3$$

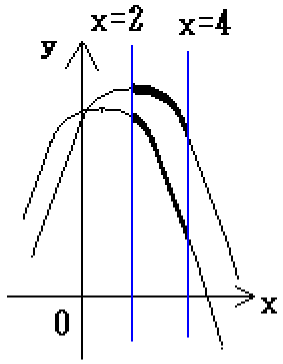
より ① のグラフの頂点の座標は $(\mathbf{1},\ \mathbf{3})$ である。

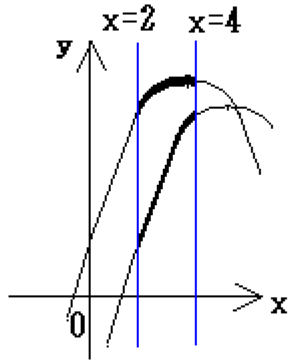
(1) 上の結果から、２次関数 ① のグラフの軸の式は $x = 1$ である。よって、① のグラフを x 軸方向に p だけ平行移動させて得られる関数 $y = f(x)$ について、グラフの軸の式は $x = p + 1$ である。

$2 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値が $f(2)$ になるとき、$2 \leq x \leq 4$ の範囲では減少していることになる。よって

$$p + 1 \leq 2 \;\Rightarrow\; p \leq \mathbf{1}$$

これが求める p の値の範囲である。





一方、$2 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最小値が$f(2)$ になるとき、$2 \leq x \leq 3$ の範囲では増加していることになる。よって

$$3 \leq p + 1 \;\Rightarrow\; p \geq \mathbf{2}$$

これが求める p の値の範囲である。

⑵ $y = f(x)$ の式は

$$y = -(x - 1 - p)^2 + 3 + q$$

と表される。このグラフが点 $(-2,\ 0)$ を通るとき、

$$-(-3 - p)^2 + 3 + q = 0$$
$$\Rightarrow\; q = (p + 3)^2 - 3 = p^2 + \mathbf{6}\,p + \mathbf{6}$$

となる。このことから

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x - 1 - p)^2 + 3 + p^2 + 6\,p + 6 \\ &= -\,x^2 + 2\,(p + 1)\,x + 4\,p + 8 \\ &= -(x + \mathbf{2})\,(x - \mathbf{2}\,p - \mathbf{4}) \end{aligned}$$

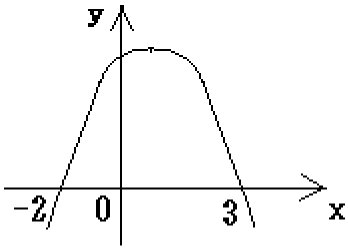
となる。

(3) 一般に、解が $-2 < x < 3$ になる２次不等式は

$$t\,(x+2)\,(x-3) > 0 \qquad (t < 0)$$

という形で表される。$f(x) > 0$ は x^2 の係数が -1 であることから $t = -1$ 、つまり

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x+2)\,(x-3) \\ &= -x^2 + x + 6 \\ &= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \end{aligned}$$



この２次関数のグラフは頂点の座標は $\left(\frac{1}{2}, \frac{25}{4}\right)$ である。一方 $y = f(x)$ のグラフは、頂点の座標は $(p+1,\ q+3)$ であることから

$$p + 1 = \frac{1}{2}, \qquad q + 3 = \frac{25}{4} \quad \Rightarrow \quad p = \boldsymbol{\frac{-1}{2}}, \qquad q = \boldsymbol{\frac{13}{4}}$$

となる。

第２問の解答

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
1	**3**	**3**	**1**	**2**	**2**	**6**	**6**	**2**
コ	サ	シス	セ	ソタ	チ			
2	**4**	**−1**	**2**	**13**	**4**			