

2015 年度センター試験 旧数学 1

第 4 問

a を定数とし、 x の連立不等式

$$\begin{cases} x^2 - (2a^2 + 3a + 2)x + 2a^2 + 3a + 1 \geq 0 \\ x^2 - (a^2 + 2a + 10)x \leq 0 \end{cases}$$

を考える。

(1) ① の左辺の式を因数分解すると

$$(x - \boxed{\text{ア}})(x - \boxed{\text{イ}}a^2 - \boxed{\text{ウ}}a - \boxed{\text{エ}})$$

である。

(2) この連立不等式 ①, ② の解は $a = 1$ のとき

$$\boxed{\text{オ}} \leq x \leq \boxed{\text{カ}}, \quad \boxed{\text{キ}} \leq x \leq \boxed{\text{クケ}}$$

である。

また、 $a = 4$ のとき、

$$\boxed{\text{コ}} \leq x \leq \boxed{\text{サ}}$$

である。

(3) すべての実数が ① を満たすための条件は $a = \boxed{\text{シ}}$, $\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

したがって、 $a = \boxed{\text{シ}}$ のとき、この連立不等式 ①, ② の解は

$$\boxed{\text{タ}} \leq x \leq \boxed{\text{チツ}}$$

であり、 $a = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ のとき

$$\boxed{\text{テ}} \leq x \leq \frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

(1) ① の左辺の式を因数分解すると

$$\begin{aligned} & x^2 - (2a^2 + 3a + 2)x + 2a^2 + 3a + 1 \\ &= (x - 1) \{ x - (2a^2 + 3a + 1) \} \\ &= (x - 1) (x - 2a^2 - 3a - 1) \end{aligned}$$

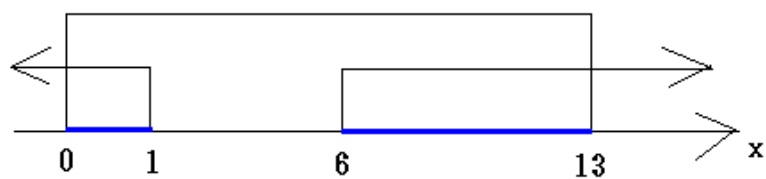
である。

(2) $a = 1$ のとき $2a^2 + 3a + 1 = 6$ より ① を解くと

$$(x - 1)(x - 6) \geq 0 \Rightarrow x \leq 1, \quad 6 \leq x$$

また、 $a^2 + 2a + 10 = 13$ より ② を解くと

$$x(x - 13) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 13$$



よって連立不等式 ①、② の解は

$$0 \leq x \leq 1, \quad 6 \leq x \leq 13$$

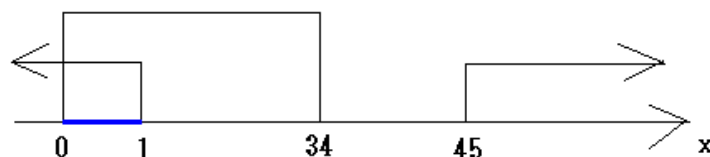
である。

また、 $a = 4$ のとき $2a^2 + 3a + 1 = 45$ より ① を解くと

$$(x - 1)(x - 45) \geq 0 \Rightarrow x \leq 1, \quad 45 \leq x$$

また、 $a^2 + 2a + 10 = 34$ より ② を解くと

$$x(x - 34) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 34$$



よって連立不等式 ①、② の解は

$$0 \leq x \leq 1$$

である。

(3) 1 と $2a^2 + 3a + 1$ の大小関係から、① の解を考えると

$$1 < 2a^2 + 3a + 1 \Rightarrow x \leq 1, \quad 2a^2 + 3a + 1 \leq x$$

$$1 = 2a^2 + 3a + 1 \Rightarrow (x - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow x: \text{すべての実数}$$

$$1 > 2a^2 + 3a + 1 \Rightarrow x \leq 2a^2 + 3a + 1, \quad 1 \leq x$$

よって、すべての実数が ① を満たすための条件は

$$1 = 2a^2 + 3a + 1 \Rightarrow 2a^2 + 3a = 0 \Rightarrow a = 0, \frac{-3}{2}$$

である。このとき、連立不等式 ①、② の解は不等式 ② の解それ自身になる。

したがって、 $a = 0$ のとき、 $a^2 + 2a + 10 = 10$ より、連立不等式 ①、② の解は不等式 ② の解

$$0 \leq x \leq 10$$

であり、 $a = \frac{-3}{2}$ のとき、 $a^2 + 2a + 10 = \frac{37}{4}$ より、連立不等式 ①、② の解は不等式 ② の解

$$0 \leq x \leq \frac{37}{4}$$

である。

第4問の正解

ア	イ	ウ	エ	オ	カ
1	2	3	1	0	1
キ	クケ	コ	サ	シ	スセ
6	13	0	1	0	-3
ソ	タ	チツ	テ	トナ	ニ
2	0	10	0	37	4