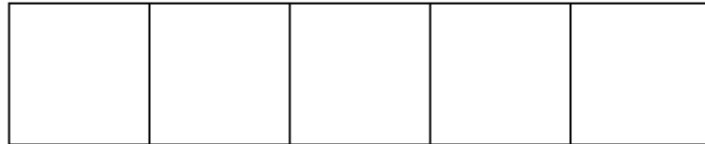


2015 年度センター試験 旧数学 1A

第 4 問

同じ大きさの 5 枚の正方形の板を一行に並べて、図のような掲示板を作り、壁に固定する。赤色、緑色、青色のペンキを用いて、隣り合う正方形どうしが異なる色となるように、この掲示板を塗り分ける。ただし、塗り分ける際には、3 色のペンキをすべて使わなければならないわけではなく、2 色のペンキだけで塗り分けることがあってもよいものとする。



- (1) このような塗り方は、全部で アイ 通りある。
- (2) 塗り方が左右対称となるものは、ウエ 通りある。
- (3) 青色と緑色の 2 色だけで塗り分けるのは、オ 通りある。
- (4) 赤色に塗られる正方形が 3 枚であるのは、カ 通りある。
- (5) 赤色に塗られる正方形が 1 枚である場合について考える。
- ・ どちらかの端の 1 枚が赤色に塗られるのは、キ 通りある。
 - ・ 端以外の 1 枚が赤色に塗られるのは、クケ 通りある。

よって、赤色に塗られる正方形が 1 枚であるのは、コサ 通りある。

- (6) 赤色に塗られる正方形が 2 枚であるのは、シス 通りある。

(7) (1) で考えた アイ 通りの塗り分けを行った掲示板をすべて用意し、その中から一つの掲示板を選ぶ試行を行い、赤色に塗られた正方形の枚数を数え

る。このとき、赤色に塗られた正方形の枚数の期待値は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(1) 条件に合うように、5枚の掲示板を左から色を塗っていく。

左端の正方形の色は3色のうちいずれでもよい。つまり3通りの塗り方がある。

左から2番目の正方形は、左端の正方形の色と異なる色でなければいけないため、2色のうちいずれかになる。つまり2通りの塗り方がある。

残りの各正方形について、左隣りの正方形の色と異なる色で塗らなければいけないため、塗り方は2通りになる。よって条件に合う塗り方は $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$ 通りである。

(2) 塗り方が左右対称であるとき、右端の正方形の色は左端の正方形の色と同じであり、右から2番目の正方形の色は左から2番目の正方形の色と同じである。

このことから、左から3枚の正方形の色が決まれば、残りの2枚の正方形を左右対称になるように塗ることができる。つまり、左右対称になる塗り方は $3 \times 2 \times 2 = 12$ 通りである。

(3) 青色と緑色の2色だけで塗り分けるのは、左端から「青、緑、青、緑、青」または「緑、青、緑、青、緑」の **2** 通りある。

(4) 赤色に塗られる正方形が3枚であるのは、「赤、？、赤、？、赤」という塗り方になる。「？」には青か緑のいずれかになる。このため、塗り方は全部で $2 \times 2 = 4$ 通りである。

(5) 赤色に塗られる正方形が1枚である場合について考える。

・左端の1枚が赤色に塗られるのは「赤、緑、青、緑、青」「赤、青、緑、青、緑」の2通りある。同様に右端の1枚が赤色に塗られるのは2通りある。よってどちらかの端の1枚が赤色に塗られるのは、全部で **4** 通りある。

・右から2番目が赤色に塗られるときは「？、赤、？、？、？」という塗り方になる。赤の左側は「青」または「緑」の2通り、赤の右側は「青、緑、青」または「緑、青、緑」の2通りであるため、右から2番目が赤色に塗られるのは **4** 通りある。

同様にして、赤色が中央または左から2番目に塗られるとき、赤の左側と右側でそれぞれ2通りの塗り方がある。よって、端以外の1枚が赤色に塗られるのは、 $4 + 4 + 4 = 12$ 通りある。

以上から、赤色に塗られる正方形が1枚であるのは、 $4 + 12 = 16$ 通りある。

(6) 条件に合う塗り方をしたとき、赤色は多くても3枚しか塗ることができない。

赤色が0枚である塗り方は (3) から 2 通り。

赤色が1枚である塗り方は (5) から 16 通り。

赤色が3枚である塗り方は (4) から 4 通り。

よって赤色が2枚である塗り方は $48 - (2 + 16 + 4) = 26$ 通りである。

(7) これまでの結果から、求める期待値を計算する。

$$0 \times \frac{2}{48} + 1 \times \frac{16}{48} + 2 \times \frac{26}{48} + 3 \times \frac{4}{48} = \frac{80}{48} = \frac{5}{3}$$

問4の解答

アイ	ウエ	オ	カ	キ	クケ
48	12	2	4	4	12
コサ	シス	セ	ソ		
16	26	5	3		