2016年度センター試験　数学1

第4問

[1] 次の４つの散布図は、2003年から 2012年までの 120か月の東京の月別データをまとめたものである。それぞれ 1 日の最高気温の月平均（以下、平均最高気温）、一日あたり平均降水量、平均湿度、最高気温 25℃以上の日数の割合を横軸にとり、各世帯の 1 日あたりアイスクリーム平均購入額（以下、購入額）を縦軸としてある。

（散布図は省略）

(1) 次の ア 、 イ に当てはまるものを、下の ⓪ ～ ④ のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

これらの散布図から読み取れることとして正しいものは、 **ア** と **イ** である。

⓪　平均最高気温が高くなるほど購入額は増加する傾向がある。
①　１日あたり平均降水量が多くなるほど購入額は増加する傾向がある。
②　平均湿度が高くなるほど購入額の散らばりは小さくなる傾向がある。
③　25℃以上の日数の割合が 50% 未満の月は、購入額が 30円を超えていない。
④　この中で正の相関があるのは、平均湿度と購入額の間のみである。

(2) 次の４つの散布図は、10 ページの散布図『平均最高気温と購入額』のデータを季節ごとにまとめたもので、その下にある４つの箱ひげ図は、購入額のデータを季節ごとにまとめたものである。

（データは省略）

次の ウ 、 エ に当てはまるものを、下の ⓪ ～ ⑧ のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

これらの散布図から読み取れることとして正しいものは、 **ウ** と **エ** である。

⓪　夏の購入額は、すべて 25 円を上回っている。
①　秋には平均最高気温が 20℃以下で購入額が 15 円を上回っている月がある。
②　購入額の範囲が最も大きいのは秋である。
③　春よりも秋の方が、購入額の最大値は小さい。
④　春よりも秋の方が、購入額の第 3 四分位数は大きい。
⑤　春よりも秋の方が、購入額の中央値は大きい。
⑥　平均最高気温が 25℃を上回っている月があるのは夏だけである。
⑦　購入額の四分位範囲が最も小さいのは春である。
⑧　購入額が 35 円を下回っている月は、すべて平均最高気温が 20℃未満である。

---

(1) 選択肢の内容と散布図を比較して考える。

⓪　「平均最高気温が高くなるほど購入額は増加する傾向」は散布図から読み取ることができる。→ 〇
①　「1 日あたり平均降水量が多くなるほど購入額は増加する傾向」については、降水量が低い日に購入額が少ないことは多いが、降水量が高い日に購入額が高いことは見られない。→×
②　「平均湿度が高くなるほど購入額の散らばりは小さくなる傾向」については、購入額の散らばりは逆に大きくなる傾向が読み取れる。→×
③　「25℃以上の日数の割合が 50% 未満の月は、購入額が 30 円を超えていない」については、表から日数の割合が 50% 未満で、購入額が 30 円を超えている範囲に点が打たれていないため正しい内容である。→ 〇
④　この中で正の相関があるのは「平均湿度と購入額の間のみ」ではなく、「25℃以上の日数の割合と購入額」にも見られる。→×

以上から、次の $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものは ⓪ と ③ である。

(2) 選択肢の内容と散布図を比較して考える。

⓪　夏の購入額は、すべて 25 円を上回っている。
…… 夏の散布図を見ると 25 円を下回る月が 4 回ほどある。→×

①　秋には平均最高気温が 20℃以下で購入額が 15 円を上回っている月がある。
…… 秋の散布図を見ると平均最高気温が 20℃以下で購入額が 15 円を上回る範囲に点がない。→×

② 購入額の範囲が最も大きいのは秋である。
…… 箱ひげ図から購入額の範囲を読み取ると、春・秋・冬はいずれも範囲が 20 円以下であるが、夏は範囲が 20 円を超えている。→×

③ 春よりも秋の方が、購入額の最大値は小さい。
…… 箱ひげ図から購入額の最大値を読み取ると、春は 20～25 円、秋は 25～30 円で、春よりも秋の方が、購入額の最大値は**大きい**。→×

④ 春よりも秋の方が、購入額の第 3 四分位数は大きい。
…… 箱ひげ図から購入額の第 3 四分位数を読み取ると、春よりも秋の方が第 3 四分位数の位置が右にあるため、秋の方が大きい。→〇

⑤ 春よりも秋の方が、購入額の中央値は大きい。
…… 箱ひげ図から購入額の中央値を読み取ると、春よりも秋の方が中央値の位置が左にあるため、秋の方が**小さい**。→×

⑥ 平均最高気温が 25℃ を上回っている月があるのは夏だけである。
…… 秋の散布図を見ると 25℃ を上回る月が 4 回ほどある。→×

⑦ 購入額の四分位範囲が最も小さいのは春である。
…… 箱ひげ図から四分位範囲を読み取ると、春・夏・秋が 5 円以上であるが、冬は 5 円以下で、最も小さい→×

⑧ 購入額が 35 円を下回っている月は、すべて平均最高気温が 20℃未満である。
…… 散布図を見ると、いずれの季節でも購入額が 35 円を下回り、平均最高気温が 20℃未満である範囲に点がない。→〇

以上から、$\boxed{\text{ウ}}$ 、 $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものは ④ と ⑧ である

［１］の正解（順不同）

ア　イ	ウ　エ
0　3	**4　8**

［2］世界 4 都市（東京、O 市、N 市、M 市）の 2013 年の 365 日の各日の最高気温のデータについて考える。

(1) 次のヒストグラムは、東京、N 市、M 市のデータをまとめたもので、この 3 都市の箱ひげ図は下の a 、b 、c のいずれかである。

（ヒストグラムと箱ひげ図は省略）

次の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを、下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

都市名と箱ひげ図の組み合わせとして正しいものは $\boxed{\textbf{オ}}$ である。

⓪ 東京－a 、N市－b 、M市－c ① 東京－a 、N市－c 、M市－b
② 東京－b 、N市－a 、M市－c ③ 東京－b 、N市－c 、M市－a
④ 東京－c 、N市－a 、M市－b ⑤ 東京－c 、N市－b 、M市－a

(2) 次の 3 つの散布図は、東京、O 市、N 市、M 市の 2013 年の 365 日の各日の最高気温のデータをまとめたものである。それぞれ、O 市、N 市、M 市の最高気温を縦軸にとり、東京の最高気温を横軸にとってある。

（散布図は省略）

次の $\boxed{\text{カ}}$ 、 $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを、下の ⓪ ～ ④ のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

これらの散布図から読み取れることとして正しいものは、$\boxed{\textbf{カ}}$ と $\boxed{\textbf{キ}}$ である。

⓪ 東京と N 市、東京と M 市の最高気温の間にはそれぞれ正の相関がある。
① 東京と N 市の最高気温の間には正の相関、東京とM市の最高気温の間には負の相関がある。
② 東京と N 市の最高気温の間には負の相関、東京とM市の最高気温の間には正の相関がある。
③ 東京とO市の最高気温の間の相関の方が、東京とN市の最高気温の間の相関より強い。
④ 東京とO市の最高気温の間の相関の方が、東京とN市の最高気温の間の相

関より弱い。

(3) $\boxed{\text{ク}}$ 、$\boxed{\text{ケ}}$ 、$\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを、下の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

Ｎ市では温度の単位として摂氏（℃）の他にも華氏（Ｆ）も使われている。華氏（Ｆ）での温度は、摂氏（℃）での温度を $\frac{9}{5}$ 倍し、32 を加えると得られる。例えば、摂氏 10 ℃では、$\frac{9}{5}$ 倍し 32 を加えることで華氏 50 Ｆとなる。

したがって、Ｎ市の最高気温について、摂氏での分散を X、華氏での分散をYとすると、$\frac{Y}{X}$ は $\boxed{\text{ク}}$ になる。

東京（摂氏）とＮ市（摂氏）の共分散を Z、東京（摂氏）とＮ市（華氏）の共分散を W とすると、$\frac{W}{Z}$ は $\boxed{\text{ケ}}$ になる（ただし、共分散は２つの変量のそれぞれの偏差の積の平均値）。

東京（摂氏）とＮ市（摂氏）の相関係数を U、東京（摂氏）とＮ市（華氏）の相関係数を V とすると、$\frac{V}{U}$ は $\boxed{\text{コ}}$ になる

⓪ $-\frac{81}{25}$　① $-\frac{9}{5}$　② -1　③ $-\frac{5}{9}$　④ $-\frac{25}{81}$

⑤ $\frac{25}{81}$　⑥ $\frac{5}{9}$　⑦ 1　⑧ $\frac{9}{5}$　⑨ $\frac{81}{25}$

---

(1) ３都市のヒストグラムの最小値と最大値を調べると、

東京 …… 最小値：0 ～ 5 度、最大値：35 ～ 40 度
Ｎ市 …… 最小値：−10 ～ −5 度、最大値：35 ～ 40 度

M市 …… 最小値：5 ～ 10 度、最大値：40 ～ 45 度

となる。一方箱ひげ図の最小値と最大値を調べると。

a …… 最小値：5 ～ 10 度、最大値：40 ～ 45 度
b …… 最小値：－10 ～ －5 度、最大値：35 ～ 40 度
c …… 最小値：0 ～ 5 度、最大値：35 ～ 40 度

となる。したがって、都市名と箱ひげ図の組み合わせとして正しいものは ⑤ 東京－ｃ、N市－ｂ、M市－ａ である。

(2) 3 つの散布図はから相関の関係を見ると、東京と O 市、東京とN市には正の相関があり、東京とM市には負の相関がみられる。
また、東京と O 市の散布図は他の 2 つの散布図より点が狭い範囲に散らばっているため、相関が強い。

以上から選択肢の内容を調べてみる。

⓪ 東京と N 市、東京と M 市の最高気温の間にはそれぞれ正の相関がある。……東京と M 市には負の相関がある。→×
① 東京と N 市の最高気温の間には正の相関、東京とM市の最高気温の間には負の相関がある。……内容は正しい。→〇
② 東京と N 市の最高気温の間には負の相関、東京とM市の最高気温の間には正の相関がある。……2 つの相関とも正しくない。→×
③ 東京とO市の最高気温の間の相関の方が、東京とN市の最高気温の間の相関より強い。……上で述べた内容から正しい。→〇
④ 東京とO市の最高気温の間の相関の方が、東京とN市の最高気温の間の相関より弱い。……東京とO市の相関が強い。→×

よって、これらの散布図から読み取れることとして正しいものは、① と ③ である。

(3) N市の各日の最高気温の摂氏での温度を $t_1, t_2, \cdots, t_{365}$ とし、すべての日の最高気温の平均値の摂氏での温度を t_0 と表す。つまり

$$t_0 = \frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365} t_k$$

である。一方、東京での各日の最高気温の摂氏での温度を $s_1, s_2, \cdots, s_{365}$ とし、すべての日の最高気温の平均値の摂氏での温度を s_0 と表す。

摂氏での温度を t ℃ とすると華氏での温度は $\frac{9}{5}t + 32$ F と表される。このことから、Ｎ市の最高気温の平均値を華氏で表すと

$$\frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365}\left(\frac{9}{5}\, t_k + 32\right) = \frac{9}{5}t_0 + 32$$

となる。

Ｎ市の最高気温について、摂氏での分散 X は

$$X = \frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365}(t_k - t_0)^2$$

であり、華氏での分散 Y は

$$\begin{aligned}
Y &= \frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365}\left\{\left(\frac{9}{5}\, t_k + 32\right) - \left(\frac{9}{5}\, t_0 + 32\right)\right\}^2 \\
&= \frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365}\left(\frac{9}{5}\, t_k - \frac{9}{5}\, t_0\right)^2 \\
&= \frac{1}{365}\times\left(\frac{9}{5}\right)^2\sum_{k=1}^{365}(\,t_k - \,t_0)^2 \\
&= \frac{81}{25}\, X
\end{aligned}$$

となるため、$\boldsymbol{\frac{Y}{X} = \frac{81}{25}}$ になる。

東京（摂氏）とＮ市（摂氏）の共分散を Z は以下の式で表される。

$$Z = \frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365}(s_k - s_0)(t_k - t_0)$$

一方、東京（摂氏）とＮ市（華氏）の共分散を W を計算すると

$$\begin{aligned}
W &= \frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365}(s_k - s_0)\left\{\left(\frac{9}{5}\,t_k + 32\right) - \left(\frac{9}{5}\,t_0 + 32\right)\right\} \\
&= \frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365}(s_k - s_0)\left(\frac{9}{5}t_k - \frac{9}{5}t_0\right) \\
&= \frac{1}{365}\times\frac{9}{5}\sum_{k=1}^{365}(s_k - s_0)(t_k - t_0) \\
&= \frac{9}{5}\,Z
\end{aligned}$$

よって、$\frac{W}{Z} = \boldsymbol{\frac{9}{5}}$ になる。

東京の最高気温について摂氏での分散を X_0 と表すことにする。
東京（摂氏）とＮ市（摂氏）の相関係数 U の値を $X_0,\ X,\ Z$ を使って表すと、

$$U = \frac{\frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365}(s_k - s_0)(t_k - t_0)}{\left\{\frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365}(s_k - s_0)\right\}^{\frac{1}{2}}\left\{\frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365}(t_k - t_0)\right\}^{\frac{1}{2}}} = \frac{Z}{\sqrt{X_0}\sqrt{X}}$$

となる。同じく東京（摂氏）とＮ市（華氏）の相関係数 V の値を $X_0,\ Y,\ W$ を使って表すと

$$V=\frac{W}{\sqrt{X_0}\sqrt{Y}}$$

となる。上の結果から、

$$V=\frac{W}{\sqrt{X_0}\sqrt{Y}}=\frac{\frac{9}{5}W}{\sqrt{X_0}\sqrt{\frac{81}{25}X}}=\frac{\frac{9}{5}W}{\frac{9}{5}\sqrt{X_0}\sqrt{X}}=\frac{W}{\sqrt{X_0}\sqrt{X}}=U$$

となるため、$\boldsymbol{\frac{V}{U}=1}$ になる

［２］の正解（カ　キは順不同）

オ	カ　キ	ク	ケ	コ
5	**1　3**	**9**	**8**	**7**