

2017 年度センター試験 数学 IA 解説

第 3 問

一般に、事象 A の確率を $P(A)$ で表す。また、事象 A の余事象を $\overline{A}$ と表し、二つの事象 A, B の積事象を $A \cap B$ と表す。

大小 2 個のさいころを同時に投げる試行において

A を「大きいさいころについて 4 の目が出る」という事象

B を「2 個のさいころの出た目の和が 7 である」という事象

C を「2 個のさいころの出た目の和が 9 である」という事象とする。

(1) 大小 2 個のさいころを同時に投げる試行で、大きいさいころの出た目が a , 小さいさいころが出た目が b である結果を (a, b) と表すことにする。

事象 A について、小さいさいころには条件がないため事象 A の確率

$P(A)$ は大きいさいころが 4 の目が出る確率と同じく $\frac{1}{6}$ である。

事象 B について、2 個のさいころの出た目の和が 7 である結果は

$$(1, 6), \quad (2, 5), \quad (3, 4), \quad (4, 3), \quad (5, 2), \quad (6, 1)$$

の 6 通りである。よって、 $P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

事象 C について、2 個のさいころの出た目の和が 9 である結果は

$$(3, 6), \quad (4, 5), \quad (5, 4), \quad (6, 3)$$

の 4 通りである。よって、 $P(C) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

(2) 事象 C が起こったとき、2 個のさいころの出た目は上記の 4 通りである。このうち、事象 A も起こる結果は $(4, 5)$ の 1 通りのみである。よって事象 C

が起こったときの事象 A が起こる条件付き確率は $\frac{1}{4}$ である。

事象 A が起こったとき、2 個のさいころの出た目は 6 通りである。このうち、事象 C も起こる結果は同じく $(4, 5)$ の 1 通りのみである。よって事象 A が起こったときの事象 C が起こる条件付き確率は $\frac{1}{6}$ である。

(3) 先ほどの (1) の内容から積事象 $A \cap B$ が起こる結果は $(4, 3)$ のみであり、積事象 $A \cap C$ が起こる結果は $(4, 5)$ のみである。つまり、

$$P(A \cap B) = P(A \cap C) = \frac{1}{36}$$

である。このことから

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$
$$P(A \cap C) > P(A)P(C) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{9}$$

が成り立つ。

(4) 大小 2 個のさいころを同時に投げる試行を 2 回繰り返す。(3) の式より

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}, \quad P(\bar{A} \cap C) = P(C) - P(A \cap C) = \frac{1}{9} - \frac{1}{36} = \frac{1}{12}$$

である。1 回目、2 回目の試行は互いに独立であるため、1 回目に事象 $A \cap B$ が起こり、2 回目に事象 $\bar{A} \cap C$ が起こる確率は

$$\frac{1}{36} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{432}$$

である。

大小 2 個のさいころを同時に投げる試行を 2 回繰り返し、三つの事象 A, B, C がいずれもちょうど 1 回ずつ起こる確率を考える。まず、二つの事象 B, C は同時に起きないため、

「1 回目に事象 B が起き、2 回目に事象 C が起きる」

または

「1 回目に事象 C が起き、2 回目に事象 B が起きる」

のいずれかが起きる。前者の「1 回目に事象 B が起き、2 回目に事象 C が起きる」とき、事象 A はちょうど 1 回だけ起きるため、1 回目と 2 回目のどちらかで事象 A が起きて、どちらかで事象 A が起きない。つまり、前者の条件で三つの事象 A, B, C がいずれもちょうど 1 回ずつ起こる確率は

$$P(A \cap B)P(\bar{A} \cap C) + P(\bar{A} \cap B)P(A \cap C)$$

である。後者の「1 回目に事象 B が起き、2 回目に事象 C が起きる」ときも同様に考えると、三つの事象 A, B, C がいずれもちょうど 1 回ずつ起こる確率は

$$P(A \cap C)P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A} \cap C)P(A \cap B)$$

である。以上から求める確率は

$$2 \left(P(A \cap B)P(\bar{A} \cap C) + P(\bar{A} \cap B)P(A \cap C) \right)$$

と表される。 $P(A \cap B)P(\bar{A} \cap C)$ は既に求められている。

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{5}{36}, \quad P(A \cap C) = \frac{1}{36}$$

となるため、

$$\begin{aligned} 2 \left(P(A \cap B)P(\bar{A} \cap C) + P(\bar{A} \cap B)P(A \cap C) \right) &= 2 \times \left(\frac{1}{432} + \frac{5}{36} \times \frac{1}{36} \right) \\ &= \frac{16}{1296} = \frac{1}{81} \end{aligned}$$

である。

第 3 問の正解

ア	イ	ウ	エ	オ
1	6	1	6	1
カ	キ	ク	ケ	コ
9	1	4	1	6
サ	シ	ス	セソタ	チ
1	2	1	432	1
ツテ				
81				