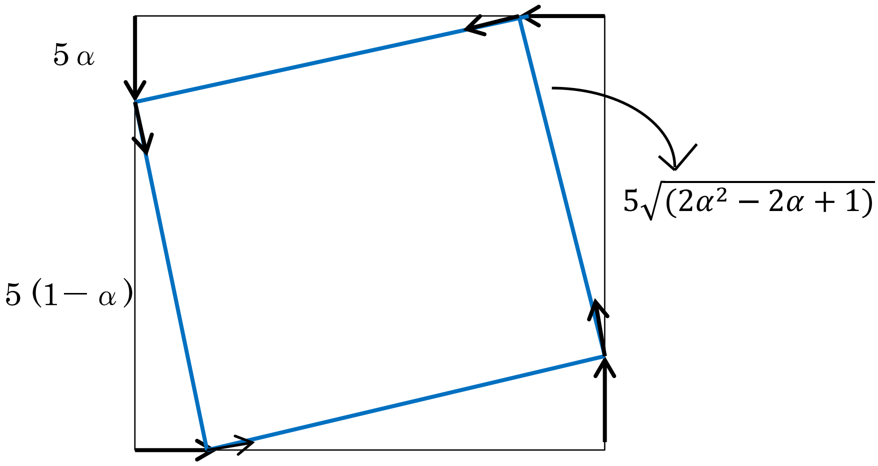
４人が一辺 5 メートルの正方形の頂点にいるとき、４人が正方形の辺の α だけ進み（つまり５α メートル進む。０＜α＜１とする）方向を変えることを考える。



このときできる正方形の一辺の長さは

$$\sqrt{(5\alpha)^2 + \left(5(1-\alpha)\right)^2} = 5\sqrt{(2\alpha^2 - 2\alpha + 1)}$$

となる。次に４人が新しくできた正方形の辺の α だけ進み、方向を変えたとするとすすむ距離は

$$5\sqrt{(2\alpha^2 - 2\alpha + 1)} \times \alpha$$

となり、一つ前から移動した距離の合計は

$$5\alpha + 5\sqrt{(2\alpha^2 - 2\alpha + 1)} \times \alpha = 5\alpha\left(1 + \sqrt{(2\alpha^2 - 2\alpha + 1)}\right)$$

となる。

このように正方形の辺の α だけ進み方向を変えるという移動を無限に繰り返すと、移動距離の合計は $\beta = \sqrt{(2\alpha^2 - 2\alpha + 1)}$ とすると、

$$5\alpha\,(1 + \beta + \beta^2 + \beta^3 + \cdots) = 5\alpha \times \frac{\beta}{1-\beta}$$

ここで

$$\frac{\beta}{1-\beta} = \frac{\beta(1+\beta)}{1-\beta^2} = \frac{\sqrt{(2\alpha^2 - 2\alpha + 1)} + 2\alpha^2 - 2\alpha + 1}{2\alpha - 2\alpha^2}$$

となるため、合計は

$$5\ \times \frac{\sqrt{(2\alpha^2 - 2\alpha + 1)} + 2\alpha^2 - 2\alpha + 1}{2 -\ 2\alpha}$$

となる。αを限りなく0に近づけると上の距離の式の値は

$$5\ \times \frac{\sqrt{1} + 1}{2} =\ 5$$

に近づく。